COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 MARS 1862.

PRÉSIDENCE DE M. DUHAMEL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Après la lecture du procès-verbal, M. Velpeau dépose sur le bureau les remarques suivantes qu'il avait faites de vive voix dans la séance du 17 sur le Mémoire de *M. Jobert de Lamballe*, concernant la *reproduction des tendons*.

« Avant qu'il ait donné ses conclusions, je demande à soumettre quelques remarques à M. Jobert, eu égard à ce qu'il vient de dire sur la reproduction des tendons.

» Deux doctrines principales règnent à ce sujet dans la science.

» L'une, en faveur de laquelle semblent plaider les expériences de notre collègue, veut que le tendon nouveau résulte de la transformation, de l'organisation du sang épanché entre les deux bouts et dans la gaîne de l'organe divisé ; l'autre attribue le phénomène à l'hypertrophie, à l'exsudation d'une lymphe plastique, à la raréfaction, à l'imbibition, puis à la reconstitution de tous les éléments du tendon, sous l'influence de sa propre enveloppe, qui joue alors relativement au tendon le même rôle que le périoste relativement aux os.

» La première rentre dans l'ancienne théorie de Hunter sur la transformation du sang hors de ses voies naturelles. Ses partisans, au point de vue de la ténotomie, sont encore nombreux. Un de ceux qui l'ont le plus vivement défendue, M. d'Ammon de Dresde (dont la science déplore la perte récente), se fonde sur des expériences presque en tout semblables à celles de M. Jobert : expériences sur des chevaux, sur des moutons, sur des chiens, etc., et cependant il n'a point entraîné la conviction générale.

» Les observateurs modernes objectent que le fait est absolument *impossible*, que le sang épanché, coagulé hors de ses voies naturelles, a cessé de vivre, est un corps étranger, inerte, tout à fait incapable de se révivifier, de s'organiser, en un mot que la doctrine de Hunter est fausse de tous points sous ce rapport.

» On le voit, il s'agit là d'une grande question d'histologie et de pathogénie. Avec l'idée de Hunter, idée que de mon côté j'ai défendue, propagée depuis 1830, on s'explique l'origine d'une foule de maladies, de tumeurs, de produits morbides.

» Je devrais donc voir avec bonheur l'appui que lui apporte en ce moment M. Jobert. Mais, comme dans les sciences, qu'elle plaise ou non, c'est la vérité qui importe, je dois avouer que les arguments opposés à cette doctrine sont très-sérieux et d'une grande force : ainsi, pour le cas actuel, ses antagonistes peuvent soutenir que dans une ténotomie bien faite sous la peau, sans destruction de la gaîne, avec repos complet du membre immédiatement après l'opération, il n'y a point de caillot, que le caillot est un accident, et que la résorption, la disparition s'en effectuent graduellement, à mesure que le travail plastique de la gaîne avance et se complète, qu'on s'en est laissé imposer par des apparences, par des observations incomplètes; aussi me suis-je rangé à l'autre théorie de l'année 1839 en ce qui concerne les sections ou les ruptures de tendons.

» Étant persuadé que ces difficultés vont surgir de nouveau à l'encontre des expériences de M. Jobert, je me permets de les lui rappeler, afin qu'il les discute, qu'il les détruise ou qu'il y réponde à l'avance. »

« **M. Le Verrier** offre à l'Académie le tome XVI des *Observations* faites à l'Observatoire impérial de Paris, la cinquième livraison des Cartes écliptiques, et annonce la découverte du compagnon de Sirius, faite à Cambridge (Amérique).

» Le tome XVI de nos *Annales* (série des *Observations*), dit M. Le Verrier, comprend les observations faites en 1860. La forme est la même que dans les années précédentes.

» Les observations méridiennes faites à la lunette et au cercle sont réduites et amenées à l'état où elles peuvent être utilisées dans les recherches théoriques. Nous donnons les positions moyennes des étoiles fondamentales et les lieux du Soleil, de la Lune et des planètes. Les positions ainsi conclues sont comparées aux éphémérides du *Nautical Almanac*, et en outre

pour le Soleil, Mercure et Vénus, à mes propres Tables. Voici un court extrait de ces comparaisons moyennes :

Planètes.	Date moyenne.	Correction du Nautical. Ascension droite.	Distance polaire.
Le Soleil.....	1er mai......	+ 3",1	— 1",8
Mercure.....	5 septembre...	— 7,2	— 0,2
Vénus.......	10 juillet......	—15,5	— 3,5
Mars........	8 août.......	+17,4	—21,1
Cérès.......	23 novembre..	+37,8	—16,3
Pallas.......	12 novembre..	—15,9	— 2,8
Junon.......	28 juillet......	+ 7,5	— 1,1
Jupiter......	25 mars......	+10,0	+ 4,1
Saturne......	21 mars......	—12,7	—12,7
Neptune.....	16 octobre....	— 9,2	+ 3,6

» Les petites planètes Hygie, Uranie, Olympia, Erato, Danaé, Euterpe, Amphitrite, Euphrosine, Psyché, ont été observées à l'équatorial. Ce service a reçu en 1861 un grand accroissement, comme on le verra dans le volume suivant.

» Les observations météorologiques ont été suivies avec une grande régularité. Sur 2562 heures d'observation, deux seulement ont été omises par erreur.

» La déclinaison de la boussole a été observée toute l'année, quatre fois par jour.

» Les nouvelles cartes de l'Atlas écliptique construit, comme on le sait, par *M. Chacornac*, sont les suivantes :

Carte n° 5	1h.20m	à	1h.40m	contenant	2092	étoiles
» n° 6	1.40	à	2. 0	»	1810	»
» n° 41	13.20	à	13.40	»	1390	»
» n° 49	16. 0	à	16.20	»	2490	»
» n° 52	17. 0	à	17.20	»	2178	»
» n° 62	20.20	à	20.40	»	3760	»
				Total des étoiles.....	13720	

» On remarque le grand nombre des étoiles contenues dans la carte n° 62, dans un carré de 5° de côté.

» On sait que l'ascension droite de l'étoile Sirius est affectée d'une variation périodique, d'où Bessel avait conclu à l'existence d'un astre satellite de

Sirius. Ce satellite vient d'être découvert à l'observatoire de Cambridge, aux États-Unis, par M. Clark, à l'aide d'une lunette de 18 ½ pouces d'ouverture. La révélation de l'existence d'un instrument de cette puissance, signalée par une aussi belle observation, est un grand fait astronomique.

» M. Foucault a construit, pour l'Observatoire impérial de Paris, un grand télescope à miroir de verre argenté, et dont l'ouverture est de $0^m,80$ (29 pouces). Aussitôt que cet instrument, dont j'entretiendrai prochainement l'Académie, eut reçu une installation provisoire, il y a trois mois environ, on le dirigea sur Sirius avec l'intention d'en rechercher le satellite supposé. Mais on ne parvint qu'à établir trop bien que les impuretés du ciel de Paris ne permettraient jamais de tirer un parti sérieux des très-grands instruments. Dans cette situation, je proposai à M. le Ministre de l'Instruction publique d'autoriser l'Observatoire de Paris à se constituer une succursale dans le Midi, et l'Académie apprendra sans doute avec satisfaction que Son Excellence a accueilli ce projet.

» Les choses en étaient là lorsque nous avons connu la découverte de M. Clark. De nouvelles recherches ont été essayées. Or le 20 mars, à $7^h 15^m$ du soir, le ciel étant devenu exceptionnellement calme *pendant quelques instants,* M. Chacornac a tout à coup aperçu le satellite de Sirius. Comme la lumière éclatante de Sirius et ordinairement ondulante à l'excès, s'était exceptionnellement condensée, le satellite se voyait à première vue. Ce qui établit que la difficulté qu'on avait rencontrée jusque-là tenait bien aux impuretés du ciel et aux ondulations de l'atmosphère, et non à l'instrument.

» M. Chacornac a trouvé le 20 mars que le satellite de Sirius est éloigné de $10'',4$ de l'étoile principale, et que l'angle de position est de 83°. Cet angle est sans doute assez exact, malgré la difficulté qu'on a de faire de telles mesures avec un instrument monté altazimuthalement. »

ZOOLOGIE. — *Sur le bras d'un Plésiosaure de l'argile de kimmeridge de Bleville, au pied nord du cap la Hève, près le Havre; par* **M. A. Valenciennes.**

« J'ai présenté au mois de juin de l'an dernier une tête restituée de l'Ichthyosaure. J'ai donné les raisons qui m'ont fait considérer cette grande et belle tête comme étant celle d'une espèce nouvelle de ce singulier genre de reptiles.

» Plus tard, au mois de novembre, j'ai reçu de la même assise, le kimmeridge de Bleville, au pied nord du cap la Hève, le sphénoïde, le basilaire,

l'occipital latéral, probablement de la même espèce d'Ichthyosaure, mais provenant d'un individu beaucoup plus grand.

» Ces différentes pièces fossiles ont été trouvées à l'époque des grandes marées par M. Lennier, conservateur du musée du Havre.

» Le même naturaliste, chercheur infatigable, m'a communiqué depuis, avec d'autres pièces très-intéressantes de tortues que je montrerai plus tard à l'Académie, lorsqu'elles seront dégagées de l'argile qui les cache encore, des os que j'ai considérés comme des parties du bras d'un Plésiosaure.

» Je les mets sous les yeux de l'Académie.

» Ces grands reptiles ont été découverts par le savant géologue anglais M. Conybeare. Il a cru, dès les premières observations, que le Plésiosaure est plus voisin des Sauriens que l'Ichthyosaure dont sir Everard Home avait méconnu les affinités. M. Conybeare a exprimé cette pensée juste, en appelant ces nouveaux vertébrés du nom de PLÉSIOSAURES. Les dents sont fortement implantées dans les alvéoles des maxillaires, et moins nombreuses que celles des Ichthyosaures, qui ont les dents sans alvéoles dans une gouttière gencivale.

» Les os que je présente sont un humérus long de $0^{m},33$, et large à la base de $0^{m},18$, dont la forme naturelle est aplatie. Il offre quelques rugosités près de la tête.

» J'ai ensuite à montrer un cubitus long de $0^{m},09$ sur $0^{m},10$ de large; plus un radius un peu plus étroit, long de $0^{m},9$ sur $0^{m},095$ de large.

» Il y a encore cinq os du carpe et un certain nombre de phalanges qui ont peut-être appartenu à trois doigts.

» Il est assez difficile de distinguer l'humérus du fémur dans ces reptiles, de même les deux os de l'avant-bras de ceux de la jambe.

» Je les ai déterminés en comparant nos os avec ceux d'un des squelettes fossiles de *Lyme-Regis* envoyés par M. Conybeare à M. Cuvier.

» Il ne faut pas oublier que M. Cuvier n'avait pas encore reçu le squelette que M. Conybeare lui a offert, et que la figure des ossements fossiles a été copiée sur celle de M. Conybeare. D'après ce dessin, il y aurait sept os au carpe, et un pisiforme écarté ou déplacé. Il en manque encore deux dans notre exemplaire.

» Il faut porter son attention sur la structure tubulaire de ces os. Les os de nos squelettes ne sont pas assez dégagés de l'argile qui les renferme pour faire voir les curieux détails que je montre aujourd'hui.

» C'est peut-être le *Plesiosaurus recentior* de M. Conybeare, qui provenait comme celui-ci de l'argile du kimmeridge.

» Déjà M. Cuvier faisait remarquer la grande variété de ces reptiles en terminant le chapitre des Ichthyosaures et des Plésiosaures, qui est le dernier de son ouvrage.

» Il ajoute que son ouvrage ne sera peut-être qu'un léger aperçu, un premier coup d'œil jeté sur les créations des temps anciens. Les recherches de feu notre confrère M. Blainville, et celles de MM. l'abbé Croizet, Lartet, Boblaye, de M. Gaudry et de nombreux géologues ou voyageurs plus récents, semblent déjà justifier la justesse des prédictions de notre illustre maître. »

ASTRONOMIE. — *Sur les nouvelles Tables des planètes intérieures ; par* **M. Faye.**

« Ayant eu récemment l'occasion d'exposer dans une publication périodique les progrès récents de l'Astronomie, je ne pouvais manquer de mentionner les travaux de M. Le Verrier sur les quatre planètes les plus voisines du Soleil. Plus tard, j'ai réfléchi qu'un Membre de l'Académie était en quelque sorte comptable envers elle de ses opinions scientifiques, au moins pour les travaux qui se produisent publiquement dans son sein : émettre ailleurs, sans réponse possible, des opinions où pourrait percer une nuance de critique, ce serait s'arroger en quelque sorte le droit de prononcer *ex cathedrâ*, alors que nous nous bornons ici au droit de simple discussion : j'ai donc pensé qu'il serait juste et convenable de vous soumettre ces vues, qui d'ailleurs pourront n'être pas inutiles à la science.

» Pour construire les Tables d'une planète, on compare les observations avec une éphéméride basée sur des Tables provisoires ; on forme ainsi un certain nombre d'équations de condition entre les erreurs de ces Tables et les diverses inconnues qu'il s'agit de déterminer, à savoir les corrections des éléments provisoires de l'orbite et celles des masses provisoirement assignées aux planètes perturbatrices.

» On savait déjà, par les travaux antérieurs de Delambre, de Burckhardt et surtout du baron de Lindenau, que si, au lieu de traiter une planète isolément, on considérait le groupe de plusieurs planètes voisines, par exemple celui des quatre planètes intérieures, on arrive, relativement aux masses, à des discordances singulières ; mais, comme les inégalités périodiques de ces quatre planètes sont très-petites, comme leurs inégalités séculaires n'avaient pu, à l'époque dont je parle, se développer suffisamment (depuis les observations de Bradley, qui servent de point de départ obligé), on n'accordait pas une grande valeur à ces discordances. D'ailleurs le développement analytique de toutes ces inégalités laissait à désirer en

fait de rigueur ou d'étendue; on citait çà et là quelques fautes de détail; bref il y avait lieu de reprendre cette grande question, en se fondant à la fois sur des calculs plus sûrs et sur des séries d'observations plus prolongées.

» Or M. Le Verrier, qui s'est voué depuis longtemps à ces grands travaux, a rencontré finalement la même difficulté que ses devanciers, c'est-à-dire des contradictions entre les conditions relatives aux masses perturbatrices. Les unes exigent, par exemple, qu'on augmente notablement la masse de Vénus; d'autres exigent qu'on la diminue quelque peu; mais il y a cette différence qu'on ne peut désormais imputer les contradictions à de simples fautes de calcul et de réduction, ou à l'insuffisance des développements théoriques. Il y avait donc lieu d'espérer que l'examen de ces résultats contradictoires amènerait quelques conséquences intéressantes pour la science.

» Examinons celles qu'en a tirées M. Le Verrier, et, pour y voir plus clair, fixons particulièrement notre attention sur la difficulté la plus caractéristique et la plus grave, celle qui se présente dans la théorie de Mercure. Les passages de Mercure sur le Soleil ont fourni la plus belle et la plus longue série d'observations que possède l'astronomie moderne; cette série s'étend de Gassendi et d'Hévélius jusqu'en 1848, sur un intervalle de plus de deux siècles. Rappelons ici qu'il y a deux sortes de passages, ceux de mai et ceux de novembre, correspondant à deux régions à peu près opposées de l'orbite de la planète. Or il se trouve que ces deux séries ne s'accordent pas complétement. Dans ses premiers travaux sur Mercure, M. Le Verrier avait représenté très-bien les passages de novembre, mais il laissait subsister des erreurs notables dans ceux de mai. Cette fois l'emploi de Tables plus exactes pour le Soleil lui donne plus de confiance : au lieu d'éluder le désaccord, il l'aborde de front.

» C'est qu'en effet la contradiction pourrait n'être qu'apparente, et provenir uniquement des restrictions qu'on s'était imposées tout d'abord. En traitant, au contraire, comme des inconnues distinctes et indépendantes les variations séculaires des éléments, ainsi que l'avait fait M. Lindenau, on trouve effectivement que le mouvement théorique du périhélie doit être augmenté de 39″, et, à cette condition, on satisfait aux passages de mai sans altérer la représentation déjà si exacte des passages de novembre. Quand on se place au point de vue du savant auteur, il ne me paraît pas possible d'éviter cette conséquence : elle ressort des équations de condition tout aussi légitimement que les corrections d'un élément quelconque.

» Mais une augmentation de 39″ dans le mouvement séculaire du péri-

hélie entraîne une augmentation correspondante dans les masses de Vénus et de la Terre (1), tandis que d'autres conditions, déduites des observations de Mars, de la Terre, de Mercure même quand on n'y considère que les inégalités périodiques, exigent au contraire une légère diminution dans la masse attribuée à Vénus. Que faire donc ? A moins d'admettre des effets sans cause, il faut bien que la masse perturbatrice due à ces 39″ se trouve quelque part, et puisqu'elle ne peut être ajoutée aux planètes connues, c'est qu'il faut la chercher en dehors de ces planètes.

» Cette singulière question répond à une phase remarquable dans l'histoire de l'astronomie. Ce n'est pas la première fois qu'elle apparaît. Nous en avons vu un premier exemple dans la discussion des ascensions droites de Sirius, où Bessel a reconnu l'action perturbatrice d'un satellite qu'on n'avait pas vu jusqu'alors, satellite dont M. Peters a d'avance calculé l'orbite; cette hypothèse vient d'être brillamment vérifiée par une toute récente découverte américaine. Nous en avons vu un second exemple dans l'étude des mouvements d'Uranus et dans la célèbre découverte de Neptune. Auparavant, en construisant les Tables d'une planète, on disposait sans scrupule des masses voisines; si les résultats étaient discordants, on se contentait d'en prendre la moyenne d'après quelque règle toujours un peu arbitraire. Aujourd'hui les discordances deviennent à la fois plus certaines et plus sensibles; l'on est bien forcé de s'y arrêter, et l'on vient de voir combien leur étude a été jusqu'ici féconde.

» Où donc se trouvent les masses perturbatrices dont les passages de mai nous indiquent l'existence en dehors des planètes voisines? Où se trouvent celles qui impriment au nœud de l'orbite de Vénus et au périhélie de Mars un mouvement un peu trop rapide? Par une de ces coïncidences heureuses dont les sciences nous offrent tant d'exemples entre les résultats de recherches totalement indépendantes les unes des autres, la réponse à cette question en apparence si vague peut être assez nettement circonscrite.

» Il y a quinze ans nous ne connaissions que quatre petites planètes entre Mars et Jupiter et leur masse insignifiante était à bon droit négligée dans tous les calculs. Depuis, des découvertes faites coup sur coup ont porté à soixante et onze le nombre de ces astéroïdes, sans que la masse totale en soit devenue plus importante; mais elles ont suggéré l'idée qu'une quantité

---

(1) Si on rapportait tout à la masse de Vénus, il faudrait l'augmenter de $\frac{1}{7}$ environ; on retomberait alors sur la masse antérieurement déterminée par M. de Lindenau ($\frac{1}{349000}$ environ) par un procédé semblable.

non négligeable de matière jusqu'ici inaperçue pourrait bien se trouver ainsi disséminée en petites masses très-nombreuses dans les intervalles planétaires : il suffirait que le nombre de ces petites planètes s'élevât à cinquante ou soixante mille pour que leur action se fît sentir, à la longue, sur les planètes voisines, non par des perturbations périodiques, mais par des inégalités séculaires comme celles qui nous occupent. Il est donc à présumer que l'excès du mouvement du périhélie de Mercure est dû à un anneau d'astéroïdes circulant entre cette planète et le Soleil, à moins qu'il ne s'explique par l'action d'une planète plus grosse où la masse éparpillée d'un pareil anneau se trouverait concentrée.

» Voilà l'hypothèse sous sa double forme ; je me suis loyalement efforcé d'en faire ressortir les côtés favorables ; j'ajoute qu'elle a de brillants précédents et de plus qu'elle représente parfaitement les observations actuelles. M. Le Verrier n'a pas hésité à l'introduire dans ses Tables, c'est-à-dire à employer pour le périhélie de Mars, le nœud de Vénus et le périhélie de Mercure, des mouvements incompatibles avec les masses qu'il a lui-même adoptées pour la Terre et pour Vénus.

» Mais, quand on a recours à une hypothèse, il ne suffit plus de représenter très-bien les observations actuelles; là ne se bornent pas les exigences de la science : il est de règle, en astronomie du moins, que toute hypothèse doit être vérifiée directement. Qu'une hypothèse, en effet, s'adapte aux faits pour lesquels elle a été imaginée, il n'y a rien là de bien probant; si elle ne jouissait pas au moins de cette propriété-là, ce serait un non-sens. Il faut de plus qu'elle soit vérifiée dans un ordre de faits beaucoup plus étendu que celui qui l'a suggérée, ou dans quelque conséquence aussi directe que possible. Et comme nous ne pouvons attendre des siècles pour former notre opinion (je ferai remarquer que le dernier passage de Mercure est ici hors de cause, parce que c'est un passage de novembre, tandis qu'il nous faudrait au moins un passage de mai), nous sommes bien forcés de nous rabattre, comme dans le cas de Sirius ou d'Uranus, sur une vérification directe. La seule d'ailleurs qui se présente consisterait à faire voir au ciel la masse ou les masses perturbatrices circulant à l'intérieur de l'orbite de Mercure.

» Aussi avons-nous été vivement émus quand on est venu nous dire que le D[r] Lescarbault avait vu passer sur le Soleil une planète inconnue située au delà de Mercure. C'eût été là pour la science un nouveau triomphe d'autant plus étonnant qu'il avait été préparé sur des indices bien fugitifs, et, sans plus hésiter, nous l'avons salué de nos applaudissements. Mais la dé-

couverte de M. Lescarbault ne s'est pas confirmée; cherchée partout, aux époques indiquées, dans les observatoires des cinq parties du monde, la planète nouvelle n'a été revue par personne ; elle est rentrée, *pour le moment du moins*, dans la catégorie de ces apparitions énigmatiques dont la science possède bon nombre de cas dans les limbes de ses archives. Alors on a insisté sur l'hypothèse d'un anneau d'astéroïdes semblables à ceux qui circulent entre Mars et Jupiter. Mais, sous cette nouvelle forme, la question de vérification directe se reproduit avec la même force. Des astéroïdes d'une vingtaine de lieues de diamètre, que nous voyons briller au delà de Mars, avec le faible éclat des étoiles de 11e grandeur, nous apparaîtraient, dans la région de Mercure, comme des étoiles de 5e au moins, et, plus près encore du Soleil, à la distance de 0,19, comme des étoiles de 3e à 4e grandeur. De pareils astres, concentrés en grand nombre autour du Soleil, ne sauraient donc échapper à nos recherches dans le crépuscule, ou, mieux encore, dans l'obscurité des éclipses totales. On n'a encore rien découvert; à l'occasion de l'éclipse du 18 juillet 1860, le P. Secchi a cherché, mais sans succès.

» A la vérité, nous avons la ressource de supposer que les astéroïdes infra-mercuriels sont plus petits que les plus faibles des planètes situées au delà de Mars. Pourquoi ne seraient-ils pas aussi petits que les aérolithes qui circulent, dit-on, dans la région de la Terre? Alors il serait inutile de les chercher, car, d'après l'hypothèse même, ils échapperaient à toute tentative de vérification directe.

» Sans doute, mais alors aussi l'hypothèse prendrait un caractère particulier qu'il importe extrêmement d'examiner avant de l'introduire dans la science.

» Ce qui saute aux yeux tout d'abord, c'est l'élasticité que revêt une semblable hypothèse du moment où on lui enlève l'indispensable garantie d'une vérification directe. Il n'y a aucune raison, en effet, de ne pas distribuer des anneaux de matière invisible, continus ou discontinus, partout où le besoin s'en fera sentir, partout où des discordances se manifesteront, pourvu que celles-ci soient plus ou moins réductibles à une certaine forme, et, sur ce dernier point, il semble que la brièveté du temps qu'embrassent les observations actuelles offre quelques facilités. De là un cachet d'arbitraire que les astronomes n'accepteront pas aisément. Avant de s'y résigner, ils voudront prendre l'hypothèse à ses débuts, afin de voir si elle a bien réellement le caractère de nécessité qu'on est porté tout d'abord à lui attribuer en lisant les savantes discussions de son auteur.

» Allons donc au point capital, c'est-à-dire aux passages de mai. Ces

passages sont très-peu nombreux les observations extrêmes sont incomplètes; enfin l'intervalle qu'elles comprennent se réduit à 92 ans, parce que l'auteur a mis de côté les observations antérieures à 1753, celle d'Hévélius en 1661 notamment, qui porterait l'intervalle à près de deux siècles. Les mesures d'Hévélius n'ont certainement pas le même poids que l'observation des contacts eux-mêmes, mais les premiers travaux de M. Le Verrier sur Mercure nous avaient appris à les considérer comme très-bonnes. Elles auront au moins pour nous la valeur d'un renseignement.

» Cette observation de 1661 donne lieu au rapprochement suivant : s'il est vrai de dire que de 1848 à 1753 les équations de condition pour les passages de mai présentent des écarts qui varient progressivement de $-1''$ à $+12''$ (1), il est singulier que dans le siècle précédent, de 1753 à 1661, il n'y ait plus trace de cette variation.

» Or toute la question est là : les 39″ ajoutées au mouvement théorique du périhélie, l'alternative où l'auteur nous place d'augmenter outre mesure (de $\frac{1}{7}$) la masse de Vénus ou de chercher hors des planètes connues la masse nécessaire pour produire l'effet susdit, tout repose, en dernière analyse, sur cette variation de 13″ indiquée par les rares passages du dernier siècle, mais contredite par une observation du siècle précédent. Si, au lieu de rejeter l'observation d'Hévélius qui semblait si bonne d'après les premières Tables de M. Le Verrier, on consentait à l'introduire dans le calcul, le résultat cesserait d'être excessif, car la correction relative au mouvement du périhélie se trouverait réduite de moitié, et les observations, sans être représentées avec une rigueur que leur petit nombre rend peut-être illusoire, le seraient pourtant beaucoup mieux que dans les premières Tables de M. Le Verrier. Quand il suffit d'admettre ainsi ou de rejeter une seule observation, primitivement reconnue bonne, du moins *a posteriori*, pour faire varier le résultat du simple au double, et pour réduire la correction nécessaire de la masse de Vénus de $\frac{1}{7}$ à $\frac{1}{14}$, est-il bien nécessaire de recourir à une hypothèse?

» Il y a plus : si l'on tenait absolument à obtenir pour les passages de 1753 à 1848 une précision sensiblement égale à celle des nouvelles Tables, il suffirait de combiner, avec cette augmentation de masse de $\frac{1}{14}$ pour Vénus, celle de $\frac{1}{10}$ pour la Terre qu'exigerait le mouvement du périhélie de Mars, car alors le mouvement du périhélie de Mercure tel qu'il résulterait de ces

(1) *Comptes rendus*: séance du 13 janvier 1862, p. 84.

mêmes passages, à l'exclusion des mesures de 1661, n'excéderait que de 10″, et non plus de 38″, la valeur théorique du même élément.

» Je dois dire que le savant auteur, pour satisfaire à d'autres conditions, voudrait diminuer cette masse de Vénus au lieu de l'augmenter. C'est ce que semblent exiger en effet les obliquités de l'écliptique observées depuis Bradley, les inégalités périodiques de la longitude de la Terre et de Mercure lui-même, produites par Vénus, et, en partie du moins, les rares passages de cette dernière planète sur le Soleil. Mais, en revanche, les latitudes de Vénus et surtout l'excès du mouvement du périhélie de Mars exigent aussi une augmentation de masse : en appliquant dans la théorie de Mars les deux corrections que nous employions plus haut pour Mercure ($\frac{1}{14}$ et $\frac{1}{10}$), l'excès inexpliqué se réduirait de 2″,35 à 0″,38 (1).

» On le voit donc, s'il y a des raisons contre, il y a aussi des raisons pour; les passages de Mercure ne sont pas seuls à réclamer cette double augmentation des masses de la Terre et de Vénus qui feraient disparaître à la fois toutes les difficultés qui ont suggéré l'hypothèse, et quand on jette un coup d'œil d'une part sur les valeurs successives que les masses de ces planètes ont reçues depuis cinquante ans, d'autre part sur les erreurs assez faibles des Tables où on les a employées, on répugne à croire qu'il y ait là une véritable impossibilité.

» M. Le Verrier insiste néanmoins sur l'inconvénient qu'il y aurait à augmenter de $\frac{1}{10}$ la masse de la Terre; il faudrait alors augmenter de $\frac{1}{30}$ la valeur actuellement reçue pour la parallaxe du Soleil. On pourrait faire remarquer à ce sujet que cette augmentation de la parallaxe répondrait précisément à la valeur que M. Le Verrier lui-même assigne à l'équation lunaire (en adoptant comme lui $\frac{1}{81,6}$ pour la masse de la Lune); mais je me bornerai à faire observer que son objection ne frappera pas également tous les astronomes; j'ai eu récemment occasion de citer à ce sujet l'opinion de l'astronome royal d'Angleterre, M. Airy, qui paraît bien éloigné d'accorder la même confiance à cette détermination capitale (2).

» M. Le Verrier insiste encore sur la variation d'obliquité de l'écliptique mesurée depuis un siècle par les plus habiles observateurs, laquelle ne s'accorderait plus rigoureusement avec la variation théorique. Il appuie principalement sur ce que les écarts, si on augmentait la masse de Vénus, affecteraient une marche régulière, dénotant des erreurs systématiques.

---

(1) *Comptes rendus :* séance du 6 janvier 1862, p. 26.

(2) *Comptes rendus :* séance du 23 septembre 1861, p. 525.

» Ce dernier argument peut sembler plus décisif que le premier, il importe donc de l'examiner.

» Sans doute il est de règle générale qu'il faut satisfaire aux observations d'aussi près que possible; on doit surtout éviter de laisser subsister dans une théorie des écarts qui affecteraient une marche systématique. Mais la question actuelle n'est pas une question ordinaire; elle est beaucoup plus vaste, car elle comprend presque toute la période des observations astronomiques, depuis la fondation des grands observatoires et l'invention des lunettes. Or si, dans une question de détail, on doit rigoureusement s'astreindre à faire disparaître la moindre trace d'erreurs régulières, est-il également certain qu'il faille traiter de même ce vaste ensemble d'observations, où l'on est sûr d'avance de rencontrer des erreurs systématiques, régulières, ayant une ou plusieurs causes définies? Et si la vérité absolue nous était connue, si nous avions sous les yeux les valeurs rigoureuses de tous ces éléments, la théorie ne laisserait-elle pas subsister çà et là, dans les observations de l'obliquité de l'écliptique par exemple, comme dans les passages de Mercure, de petits écarts systématiques, qui tiendraient, non pas à des causes naturelles cachées dans les profondeurs des cieux, mais tout simplement à des causes d'erreur qui ont agi pendant un certain temps sur nos observations, jusqu'à l'époque où ces causes ont été successivement reconnues et en partie éliminées?

» Il paraîtra singulier qu'un observateur vienne plaider à l'encontre de la confiance trop absolue qu'un savant théoricien veut bien accorder aux observations; il faut donc donner quelques indications à ce sujet.

» Quatre grands faits dominent toute l'astronomie d'observation pendant la période embrassée par les Tables actuelles, c'est-à-dire pendant un siècle :

» 1° La substitution des lunettes achromatiques aux lunettes à images irisées et à une seule lentille objective (Dollond) (1);

» 2° La substitution des cercles divisés aux quarts de cercle (Ramsden);

» 3° L'étude plus attentive des réfractions de toute nature (Laplace, Bessel et des auteurs vivants);

» 4° La découverte des erreurs personnelles, inhérentes au système nerveux de chaque observateur (Maskelyne, Bessel, Arago).

» Quand on suit ces progrès successifs, que j'ai plus d'une fois exposés

---

(1) Les passages de Mercure, par exemple, ont été observés d'abord à la chambre noire, puis avec des lunettes à objectif simple, puis avec des lunettes achromatiques à double lentille objective.

et discutés devant l'Académie, on ne peut se refuser à croire qu'ils se trouvent inscrits dans la série elle-même des observations. Pour ce qui est de savoir quelle influence ils ont exercée sur l'obliquité de l'écliptique ou sur tel autre point, c'est ce qu'il est impossible de dire aujourd'hui, même en discutant la série tronçon par tronçon; l'avenir seul le saura. Lorsque les observations de Bradley, par exemple, seront devenues inutiles, on saura de quelles erreurs elles étaient affectées, de même qu'on pourrait aujourd'hui déterminer rigoureusement les erreurs des observations de Tycho dont Kepler s'est servi, mais que l'on n'emploie plus. Tout ce qu'on peut en dire, ce me semble, c'est que les erreurs systématiques dépendantes de ces causes, et d'autres encore qu'il est superflu d'énumérer, doivent influer principalement sur la détermination des inégalités séculaires ou à périodes un peu longues.

» Mais si on prend les observations comme absolument vraies, si l'on veut satisfaire à tout en modifiant hypothétiquement les conditions de ce vaste problème, en distribuant par exemple des masses invisibles dans les intervalles planétaires, on y parviendra sans doute, surtout en se bornant à un siècle d'observations, mais rien ne nous garantira actuellement contre l'erreur de l'hypothèse, si ce n'est la condition d'une vérification directe.

» C'est pourquoi, en voyant l'insuccès des tentatives faites jusqu'ici pour vérifier directement l'hypothèse d'une planète intra-mercurielle, ou l'hypothèse théoriquement équivalente d'un anneau d'astéroïdes, je suis tenté de croire que le savant auteur des nouvelles Tables s'est exagéré la précision des observations; qu'il en a tiré des conséquences excessives qu'elles ne comportent point. Après avoir examiné ce qu'il nous a communiqué de ses travaux et de ses arguments avec le soin dont je suis capable, il me semble qu'il n'y aurait pas d'inconvénient si grave à augmenter la masse de Vénus de $\frac{1}{14}$ environ, celle de la Terre de $\frac{1}{10}$, à négliger, comme l'ont fait ses devanciers, la masse des étoiles filantes de la région terrestre, et celle des astéroïdes situés entre Mars et Jupiter, à laisser subsister dans les observations anciennes quelques légères discordances, eussent-elles çà et là une allure systématique, à construire en un mot ses Tables avec les seules planètes connues. Pour être dégagées ainsi de toute hypothèse, seraient-elles moins utiles à la science? Je ne le crois pas; il me semble au contraire qu'elles seraient plus facilement acceptées par tous les astronomes.

» Je suis bien éloigné néanmoins de vouloir décourager les observateurs qui seraient tentés, à la suite du modeste et honorable Dr Lescarbault, de se vouer à la recherche des planètes ultra-mercurielles. Dernièrement encore

j'en signalais l'intérêt devant l'Académie (1); je voudrais qu'on ne cessât de s'en occuper qu'après avoir acquis la preuve de leur existence, ou celle de l'inanité de pareilles tentatives. Que l'on choisisse donc les meilleures stations, les plus puissants télescopes, les occasions les plus favorables (éclipses totales), rien de mieux, rien de plus utile en ce moment, si ce n'est la recherche de nouvelles méthodes au moyen desquelles notre époque léguera à la postérité des observations sensiblement exemptes de ces erreurs systématiques dont nous venons de voir peut-être, dans les hypothèses de M. Le Verrier, la plus singulière conséquence.

» Qu'il me soit permis de répéter, en terminant, la remarque suivante : l'accord du dernier passage de Mercure avec les Tables nouvelles ne me semble pas infirmer l'opinion que je viens d'exprimer avec la réserve et la déférence dues à de grands travaux, car ce n'est qu'un passage de novembre, tandis qu'il faudrait ici un passage de mai. »

« A la suite de cette lecture, M. **Le Verrier** déclare qu'il ne se croit pas obligé, quant à présent, de montrer combien peu sont exactes les vues de l'auteur sur les théories, les calculs et les observations astronomiques. Il se borne à faire remarquer qu'une discussion dans laquelle aucun chiffre n'est rapporté, n'a pas à ses yeux un caractère véritablement scientifique. »

« M. **Faye** répond à ces observations, et il s'engage à ce sujet une discussion assez longue, qui ne peut trouver place ici. »

M. **Guyon** présente un produit végétal employé par les Arabes pour faire une encre à écrire; il y joint la Note suivante :

« J'ai l'honneur de déposer sur le bureau de l'Académie une matière résineuse provenant du lentisque en arbre (*Pistacia atlantica*, Desf.), le *B'tom* des Arabes. Cette matière, connue sous le nom de *Semag* par les Arabes, est employée par eux pour faire de l'encre. C'est une exsudation des caries plus ou moins profondes dont l'arbre est rarement exempt, surtout le tronc, pour peu qu'il ait acquis une certaine vétusté.

» Ce produit est plus ou moins noir et sali par les débris organiques sur lesquels il se répand, et avec lesquels il se mêle en sortant des surfaces cariées. On ne saurait le confondre avec celui fourni en assez grande quantité

(1) *Comptes rendus* : séance du 10 mars 1862, p. 547.

par l'écorce de l'arbre, par celle de son tronc comme par celle de ses moindres rameaux. Celle-ci, d'abord d'un blanc laiteux, prend bientôt une couleur ambrée. Elle est fort semblable au mastic de Chio; les Arabes, leurs femmes surtout, en mâchent également, et dans le même but, c'est-à-dire pour se blanchir les dents, se fortifier les gencives et se procurer à la bouche une odeur agréable.

» Une remarque que j'ai faite sur ce dernier produit, c'est qu'il prend une couleur noire *très-foncée* lorsqu'on le soustrait à la lumière avant sa solidification. Il est même vraisemblable que c'est à la même cause, c'est-à-dire l'absence de la lumière, qu'il faut rapporter la couleur noire du premier produit. Celui-ci, comme nous l'avons vu, reste toujours plus ou moins éloigné de la lumière dans la profondeur des crevasses et des fentes qui le fournissent et le retiennent. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'une Commission de neuf Membres pour l'examen des pièces admises au concours Montyon, prix de Médecine et de Chirurgie.

MM. Rayer, Bernard, Velpeau, Serres, Cloquet, Andral, Jobert, Flourens et Coste réunissent la majorité des suffrages.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Synthèse de l'acétylène par la combinaison directe du carbone avec l'hydrogène; par* M. BERTHELOT.

(Commissaires, MM. Dumas, Balard, H. Sainte-Claire Deville).

« Les carbures d'hydrogène et les alcools sont le point de départ de la formation des autres composés organiques : aussi, après avoir réussi à opérer la synthèse des alcools et celle de leurs éthers au moyen des carbures d'hydrogène, j'ai tourné tous mes efforts vers la formation des carbures d'hydrogène eux-mêmes au moyen des éléments. J'ai exposé diverses méthodes qui permettent d'atteindre le but et d'obtenir les carbures les plus simples, en partant du carbone et de l'hydrogène; quelques-unes de ces méthodes ont été rappelées dans une communication que j'ai faite récemment à l'Académie. Mais si ces méthodes ne laissent ni doute, ni équivoque quant au résultat final, cependant elles sont parfois indirectes, et elles ne

fournissent que des voies détournées pour réaliser la combinaison initiale du carbone avec l'hydrogène. Dans l'état de nos connaissances, il n'y avait guère d'espérance de pouvoir procéder autrement. Chacun sait, en effet, quelle est l'indifférence chimique du carbone à la température ordinaire à l'égard des agents les plus puissants : cette indifférence ne cesse qu'à la température rouge, et pour l'oxygène et le soufre seulement. Mais quant à l'hydrogène, toutes ses combinaisons avec le carbone, extraites jusque-là de produits organiques, se détruisaient précisément sous l'influence d'une température rouge; il semblait dès lors chimérique de chercher à les former directement.

» Mes derniers travaux sur l'acétylène m'ont paru cependant autoriser de nouvelles tentatives. Ce composé est le moins riche en hydrogène de tous les gaz carbonés, car c'est le seul qui en renferme son propre volume, sans condensation :

$$C^4H^2 = 4 \text{ volumes}; \quad H^2 = 4 \text{ volumes}.$$

L'acétylène est en même temps le plus stable des carbures d'hydrogène. Non-seulement il se forme en grande quantité aux dépens du gaz oléfiant et du gaz des marais, soumis à l'influence de la chaleur ou de l'étincelle d'induction, mais sous la dernière influence il peut se produire, quoique en proportion moindre, aux dépens de la benzine et de la naphtaline mêmes, c'est-à-dire aux dépens des carbures que l'on était habitué jusqu'ici à regarder comme les plus stables de tous. En présence de ces faits, j'ai pensé qu'il y aurait lieu de tenter la formation de l'acétylène par l'union directe de ses éléments.

» Mais, avant d'entreprendre mes expériences, je me suis d'abord préoccupé de la pureté des matériaux que je voulais mettre en œuvre.

» L'hydrogène est facile à préparer au moyen du zinc dans un état de pureté et de siccité convenable; mais il n'en est pas de même du carbone. En général le carbone tire son origine des substances organiques : il constitue alors les différentes espèces de charbon, et contient une proportion variable d'hydrogène. Une calcination soutenue en élimine la plus grande partie; cependant le charbon le mieux calciné, le charbon de cornue par exemple, malgré ses propriétés demi-métalliques, en retient encore quelque trace. Ce dernier charbon renferme en outre une petite quantité de matière goudronneuse, dont la présence méconnue pourrait devenir l'origine de graves illusions. Pour éliminer complétement et sûrement l'hydrogène

et la matière goudronneuse contenus dans le charbon, je ne connais qu'un seul procédé : l'emploi du chlore à la température rouge. Le chlore présente d'ailleurs cet autre avantage de purifier le charbon, en séparant le soufre, le fer, l'aluminium, le silicium et la plupart des métaux sous la forme de chlorures volatils. Aussi a-t-il été employé par M. Dumas dans ses recherches sur l'équivalent du carbone. Si j'insiste sur ces précautions, c'est que leur omission enlèverait tout caractère démonstratif aux résultats que je vais exposer, en laissant incertain si la formation de l'acétylène doit être attribuée à l'union même du carbone avec l'hydrogène, ou bien à la décomposition de quelque matière hydrogénée contenue dans le charbon.

» En résumé, j'ai employé du charbon de cornue rougi pendant quelque temps au contact de l'air, puis chauffé au rouge pendant une heure et demie dans un courant de chlore.

» J'ai d'abord eu recours à l'action de la chaleur seule : j'ai chauffé le charbon purifié au rouge vif dans un courant d'hydrogène, mais sans succès. Voulant porter plus haut la température, j'ai eu recours à l'obligeance de M. Henri Sainte-Claire Deville, qui a mis à ma disposition, avec sa libéralité ordinaire, ses appareils de l'École Normale et sa grande expérience du feu. Mais je n'ai pas eu plus de succès que la première fois : après plus d'une heure de température soutenue au rouge blanc, nous avons vu se fondre et couler comme du verre le tube de porcelaine qui contenait le charbon, sans obtenir la moindre trace d'acétylène.

» Pour pousser plus loin, l'électricité restait avec ses effets puissants, où l'influence propre de cet agent concourt avec celle de la chaleur. J'employai d'abord l'étincelle d'induction, soit vis-à-vis du charbon calciné, soit vis-à-vis du charbon très-divisé que je produisais dans l'appareil même par la décomposition du gaz des marais : mais l'expérience échoua encore, ce que j'attribue au défaut d'échauffement du charbon par l'étincelle d'induction.

» J'eus enfin recours à la pile et à l'arc électrique qui se produit entre deux pointes de charbon, avec élévation excessive de température et transport du charbon d'un pôle à l'autre. Je pris soin de purifier les baguettes de charbon de toute matière goudronneuse et hydrogénée, par l'emploi du chlore, comme il a été dit plus haut (1).

---

(1) Désirant contrôler mes résultats à ce point de vue, j'ai pris un fragment du charbon purifié pour mes expériences, pesant $1^{gr},078$, et, sans le pulvériser ni même le concasser, je l'ai brûlé dans un courant d'oxygène. J'ai obtenu $0^{gr},010$ d'eau, c'est-à-dire 1 milligramme d'hydrogène. Ce corps tire probablement son origine de l'eau hygrométrique.

» Dans ces conditions nouvelles, l'expérience réussit pleinement. La combinaison de l'hydrogène avec le carbone s'effectue à l'instant, dès que l'arc jaillit. L'acétylène prend naissance, et c'est le seul produit que j'aie reconnu dans la réaction; sa production continue tant que l'arc électrique passe; elle peut être reproduite indéfiniment avec les mêmes charbons, tant que le transport de matière qui s'opère entre les pôles ne les a pas désagrégés entièrement.

$$\underset{\text{Carbone.}}{C^4} + \underset{\text{Hydrogène.}}{H^2} = \underset{\text{Acétylène.}}{C^4H^2}.$$

» J'ai l'honneur de réaliser l'expérience devant l'Académie. L'acétylène formé autour des pôles est entraîné à mesure par le courant gazeux; il se condense dans une solution de protochlorure de cuivre ammoniacal, en produisant un précipité rouge d'acétylure cuivreux. L'expérience est également frappante et par l'emploi de la lumière électrique et par l'apparition caractéristique de ce précipité. Elle est si facile à réaliser, qu'elle pourra être reproduite aisément dans tous les cours.

» Rien n'est plus aisé que d'obtenir ainsi des quantités notables d'acétylure cuivreux. Dans les conditions où j'opérais, il se formait environ 10^{cc} d'acétylène par minute; la proportion du carbone entré en combinaison avec l'hydrogène pouvait être évaluée à la moitié environ de celle du carbone désagrégé ou transporté.

» En traitant ensuite l'acétylure cuivreux par l'acide chlorhydrique, on reproduit l'acétylène à l'état pur. Après avoir constaté que le carbure obtenu par cette voie jouissait de toutes les propriétés caractéristiques de l'acétylène, j'en ai fait l'analyse :

20 volumes du carbure obtenu avec les éléments étant brûlés dans l'eudiomètre ont fourni
40 volumes d'acide carbonique, en absorbant
51 volumes d'oxygène.

Or 20 volumes d'acétylène doivent produire
40 volumes d'acide carbonique, en absorbant
50 volumes d'oxygène.

» L'acétylène ainsi formé par la synthèse directe de ses éléments n'est pas un être isolé, mais un point de départ. En effet, j'ai dit comment on pouvait aisément le changer en gaz oléfiant par une simple addition d'hydrogène :

$$\underset{\text{Acétylène.}}{C^4H^2} + \underset{\text{Hydrogène.}}{H^2} = \underset{\text{Gaz oléfiant.}}{C^4H^4}.$$

» Avec le gaz oléfiant on forme l'alcool et on entre ainsi dans cette chaîne de composés dont l'ensemble constitue la chimie organique. A toutes ces synthèses et formations progressives, celle de l'acétylène donne désormais pour premier fondement une synthèse directe.

» J'avais terminé les expériences qui précèdent, lorsque M. Balard, qui n'en avait plus le souvenir, il y a huit jours, en racontant à l'Académie les résultats de l'expérience que je venais de réaliser sous ses yeux, m'a appris que M. Morren avait publié, en 1859 (1), les lignes suivantes : « Dans un ballon » où se produisait l'étincelle de l'appareil d'induction de Ruhmkorff,... en » prenant des électrodes de charbon et en faisant circuler de l'hydrogène, » j'ai obtenu un hydrogène carboné dont je n'ai pas encore vérifié la nature » spéciale. » Pas un mot de plus, ni dans cette communication, ni depuis, n'a été publié, à ma connaissance, par cet honorable professeur. Ses indications diffèrent des conditions où j'ai opéré par l'emploi de l'étincelle d'induction et du charbon non purifié. Il m'est impossible de les comparer aux miennes, car elles sont dépourvues de tout élément d'appréciation.

» A quels caractères M. Morren a-t-il reconnu la présence d'un hydrogène carboné? Quelle était cette substance, à supposer que ce fût un hydrogène carboné? Était-elle solide, liquide, gazeuse? Sa production s'opérait-elle pendant toute la durée de l'expérience et en quelle quantité? Enfin, et ce dernier point est fondamental, quelle était la nature des électrodes de charbon employés? Comment les avait-on purifiés des matières hydrogénées et goudronneuses que tout charbon renferme, même celui qui sert à faire les électrodes, matières dont la présence annule d'une manière nécessaire tous les résultats d'où elles n'ont pas été exclues?

» En présence d'une assertion qui a passé inaperçue parce que personne jusqu'à ce jour n'a pu la regarder comme décidant la question de la combinaison du carbone avec l'hydrogène, je crois devoir me borner aux lignes qui précèdent. J'abandonne le jugement de la question aux personnes compétentes. »

MM. **Balard**, **Regnault**, **Pouillet**, **H. Sainte-Claire Deville** et **Dumas** présentent successivement quelques remarques à la suite de cette communication.

---

(1) *Comptes rendus*, t. XLVIII, p. 342; février 1859.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégration des équations différentielles partielles du premier et du second ordre; par* **M. Edmond Bour.** (Quatrième et cinquième extrait) (1).

(Renvoi à la Section de Géométrie.)

« **19.** *Intégration de l'équation générale des lignes géodésiques.* — On a donné aux équations différentielles des lignes géodésiques un grand nombre de formes qui présentent de l'intérêt au point de vue de l'étude des propriétés générales de ces courbes, et de leurs relations avec d'autres lignes également définies par des équations différentielles.

» Quand on cherche à obtenir les équations finies de la ligne géodésique sur une surface quelconque, le mieux est de considérer cette courbe comme la trajectoire d'un point matériel assujetti à rester sur la surface, libre d'ailleurs de toute action extérieure.

» Comme les coordonnées qui définissent la position du mobile sont au nombre de deux seulement, il suffit, pour avoir la loi complète du mouvement, de connaître, outre l'équation des forces vives, une autre intégrale première quelconque, indépendante du temps. C'est cette intégrale que je vais me proposer de rechercher.

» Dans les problèmes du genre de celui-ci, une surface est définie par l'équation qui donne, en fonction de deux coordonnées ou variables indépendantes quelconques, le carré (ds^2) de la distance de deux points infiniment voisins pris sur la surface. Cette équation peut affecter un grand nombre de formes, *toutes équivalentes*, selon le système de coordonnées employé. Sans insister sur les propriétés bien connues de ces diverses formes, je prendrai

(15) $$ds^2 = 4\lambda\, dx\, dy,$$

λ étant une fonction donnée des deux variables indépendantes x et y.

» Ces deux variables sont des quantités imaginaires, ce qui n'a pas d'inconvénients, tant qu'on reste dans le domaine de l'analyse pure. En revanche, le choix de ces coordonnées particulières simplifie considérablement les opérations, en vertu de la propriété suivante :

---

(1) L'Académie, sur la demande de la Section de Géométrie, qui aura prochainement à discuter les travaux des candidats pour la place devenue vacante dans son sein, par suite du décès de M. Biot, a autorisé l'impression de la double Note de M. Bour quoique l'étendue en dépasse notablement la limite assignée par le Règlement.

» Il est évident que la forme de l'équation (15) n'est pas altérée quand on remplace x et y par deux fonctions arbitraires, x_1 et y_1, l'une de x, l'autre de y. Or nous verrons que ces fonctions arbitraires s'introduisent dans tous les calculs; et l'on s'en débarrasse immédiatement, aussitôt qu'elles paraissent, grâce à la remarque précédente. Elles gêneraient nécessairement plus ou moins, avec tout autre système de variables.

» J'admettrai immédiatement, pour en finir avec tous les préliminaires, qu'en prenant x et y pour les variables indépendantes qui définissent la position d'un point mobile sur la surface, et désignant par X et Y les variables conjuguées, l'équation des forces vives, prise comme nous en avons l'habitude, est

(16) $$H = -\frac{XY}{2\lambda} \text{ (*)}.$$

» Je puis maintenant passer à la recherche de l'intégrale de laquelle dépend la solution du problème.

» **20.** On sait, d'après un théorème très-simple dû à M. Massieu, que cette intégrale se compose d'une constante égalée à une fonction *homogène* des quantités X et Y, les autres variables x et y figurant dans cette fonction d'une manière quelconque. Je pourrais ajouter que le degré de cette fonction homogène peut toujours être supposé égal à zéro, ce qui ramènerait l'intégrale cherchée à dépendre seulement de trois variables : x, y, et le quotient $\frac{X}{Y}$; j'aime mieux me borner dans cet extrait à considérer les cas où il existe une intégrale entière (**) par rapport à X et Y, de la forme

(17) $$C = A_0 X^m + A_1 X^{m-1} Y + \ldots + A_i X^{m-i} Y^i + \ldots + A_m Y^m,$$

$A_0, A_1, \ldots, A_m$, désignant des fonctions à déterminer de x et y.

(*) L'équation non linéaire à laquelle satisfait la fonction V, s'obtient, comme on sait, en remplaçant X et Y respectivement par $\frac{dV}{dx}$, $\frac{dV}{dy}$. Elle est de la forme $pq = \lambda$, λ étant une fonction quelconque de x et de y, et p, q représentant comme à l'ordinaire les dérivées partielles de la fonction inconnue.

On peut considérer tous les calculs qui vont suivre comme ayant pour objet l'intégration de l'équation $pq = \lambda$, dans les cas où cette intégration est possible par nos méthodes.

Cette équation, $pq = \lambda$, est l'intégrale singulière de l'équation du second ordre vérifiée par toutes les surfaces qui répondent à une valeur donnée de la fonction λ. Ces surfaces sont toutes développables les unes sur les autres. (Voir ma *Théorie de la déformation des surfaces*.)

(**) M. Bertrand a étudié le premier les intégrales des problèmes de mécanique qui sont

» L'équation $(H, C) = 0$, qui exprime que (C) est une intégrale, se développe ainsi :

$$(18)\left\{\begin{aligned} & 0 = \frac{dA_0}{dy} X^{m+1} + \frac{dA_m}{dx} Y^{m+1} \\ & + \sum \left[\frac{dA_{i+1}}{dy} + (i+1) A_{i+1} \frac{dl\lambda}{dy} + \frac{dA_i}{dx} + (m-i) A_i \frac{dl\lambda}{dx} \right] X^{m-i} Y^{i+1}. \end{aligned}\right.$$

Cette équation étant une identité, les coefficients sont tous nuls séparément; et l'on a les conséquences suivantes :

» 1° A_0 est une fonction de x, et A_m une fonction de y.

» 2° En annulant le terme général de l'équation (18), on a une relation entre deux coefficients consécutifs quelconques. Donc, puisque l'on connaît le premier et le dernier de ces coefficients, on pourra déterminer tous les autres de proche en proche, en commençant par celle des deux extrémités du polynôme que l'on voudra.

» 3° Enfin, en égalant les deux valeurs trouvées de cette manière pour l'un des coefficients, on aura l'équation de condition qui exprime que (C) est une intégrale. Cette équation nous servira à déterminer quelles sont les valeurs de λ qui répondent à une intégrale du premier, du deuxième, du troisième degré, etc.

» **21.** Pour simplifier les calculs, nous remplacerons d'abord par l'unité les deux fonctions arbitraires A_0, A_m. Pour cela faisons (*si aucune de ces quantités n'est nulle*) :

$$(19)\quad A_0 = u^m, \quad A_m = v^m, \quad \frac{dx}{u} = dx_1, \quad \frac{dy}{v} = dy_1, \quad \lambda uv = \lambda_1;$$

» On voit que cette transformation revient à prendre d'autres variables $x_1 = \varphi(x)$, $y_1 = \psi(y)$, ce qui donne

$$\frac{1}{u} = \varphi'(x); \quad \frac{1}{v} = \psi'(y), \quad \lambda = \lambda_1 \varphi'(x) \psi'(y).$$

» Si de plus on pose

$$\frac{A_i \lambda_1^i}{u^{m-i} v^i} = P_i, \quad \frac{A_{m-i} \lambda_1^i}{u^i v^{m-i}} = Q_i,$$

---

algébriques par rapport aux vitesses. Cette théorie est fondée sur la forme particulière de la fonction H, dans le cas des équations de la dynamique. Elle s'applique ainsi spécialement à ces équations, et non plus, comme tout ce que nous avons dit jusqu'ici, à tous les systèmes canoniques qui répondent aux valeurs quelconques de H.

on mettra l'équation générale qui lie deux coefficients consécutifs quelconques sous l'une des deux formes suivantes :

$$\text{(A)} \qquad \frac{dP_{i+1}}{dy_1} + \lambda_1 \frac{dP_i}{dx_1} + (m - 2i) P_i \frac{d\lambda_1}{dx_1} = 0.$$

$$\text{(B)} \qquad \frac{dQ_{i+1}}{dx_1} + \lambda_1 \frac{dQ_i}{dy_1} + (m - 2i) Q_i \frac{d\lambda_1}{dy_1} = 0.$$

» Comme $P_0 = Q_0 = 1$, on peut considérer toutes les quantités P_i, Q_i, comme connues.

» Il ne reste donc plus qu'à trouver l'équation de condition pour une valeur donnée de m. Je distinguerai deux cas :

» 1° Si m est pair et égal à $2k$, il faudra écrire que les deux valeurs obtenues pour le terme du milieu sont égales, soit

$$P_k = Q_k.$$

» 2° Si m est impair et représenté par $2k' + 1$, il faudra écrire $P_{k'+1} = \lambda_1 Q_{k'}$, d'où, en mettant cette valeur de $P_{k'+1}$ dans l'équation (A), et faisant $i = k'$, $m = 2k' + 1$,

$$(20) \qquad \frac{d.\lambda_1 P_{k'}}{dx_1} + \frac{d.\lambda_1 Q_{k'}}{dy_1} = 0.$$

» **22.** *Applications.* — Au point de vue qui nous occupe actuellement, on peut classer les surfaces d'après le degré de l'intégrale algébrique du problème de la ligne géodésique, au moins quand cette intégrale existe. On voit que cette classification est basée sur les propriétés qui se conservent, quand on déforme les surfaces qu'on étudie. En donnant ici cette première ébauche, je ne m'occuperai pas des surfaces qui restent pour le moment en dehors de ma classification.

» Les *surfaces développables* constituent une classe à part, la classe *zéro*, si l'on veut. Caractère : $\lambda_1 = 1$; en général, $\lambda = \varphi'(x)\psi'(y)$.

» *Surfaces de la première classe* : $m = 1$, $k' = 0$, $P_0 = Q_0 = 1$. L'équation (20) est donc

$$\frac{d\lambda_1}{dx_1} + \frac{d\lambda_1}{dy_1} = 0,$$

d'où

$$(21) \qquad \lambda_1 = \Phi(x_1 - y_1); \quad \lambda = \Phi[\varphi(x) - \psi(y)]\varphi'(x)\psi'(y).$$

» Les surfaces de la première classe sont développables sur les surfaces de révolution. Remarquons en passant que, si nous effectuons une trans-

formation de coordonnées quelconque sur la surface, en posant

$$x = f(\xi, \eta), \quad y = f_1(\xi, \eta),$$

nous aurons l'expression de ds^2 sous une forme toute différente de la forme (15); et la propriété qu'a la surface de pouvoir être appliquée sur une surface de révolution ne se trouvera plus en évidence, avec le nouveau système de variables. Mais l'intégrale du problème des lignes géodésiques restera du premier degré; et cette propriété, facile à vérifier, fournit le moyen de reconnaître très-simplement si une surface donnée d'une manière quelconque est ou n'est pas développable sur une surface de révolution.

» *Surfaces de la deuxième classe :* $m = 2$, $k = 1$. Les équations (A) et (B) donnent, en faisant $i = 0$, et laissant d'ailleurs m quelconque,

$$(22) \qquad \frac{dP_1}{dy_1} + m\frac{d\lambda_1}{dx_1} = 0, \quad \frac{dQ_1}{dx_1} + m\frac{d\lambda_1}{dy_1} = 0.$$

» Pour continuer les opérations, il est commode de faire

$$\lambda_1 = \frac{d^2L}{dx_1\, dy_1},$$

et d'introduire au lieu de λ_1 la fonction L ainsi définie; on tire alors des équations (22)

$$(23) \qquad P_1 = -m\frac{d^2L}{dx_1^2}, \quad Q_1 = -m\frac{d^2L}{dy_1^2}.$$

» L'équation de condition, $P_1 = Q_1$, est donc

$$(a) \qquad \frac{d^2L}{dx_1^2} = \frac{d^2L}{dy_1^2},$$

d'où

$$L = \Phi(x_1 + y_1) + \Psi(x_1 - y_1), \quad \lambda_1 = \Phi''(x_1 + y_1) - \Psi''(x_1 - y_1),$$
$$\lambda = \{\Phi''[\varphi(x) + \psi(y)] - \Psi''[\varphi(x) - \psi(y)]\}\varphi'(x)\psi'(y).$$

» Les deux cas que je viens de considérer (*) sont les seuls qu'on ait traités jusqu'ici; la méthode actuelle va facilement au delà.

(*) Les formules précédentes ne résolvent pas d'une manière générale le cas où l'intégrale

» *Surfaces de la troisième classe* : $m = 3$, $k' = 1$. Introduisant ces valeurs dans l'équation (20), ainsi que les expressions générales (23) de P_1 et Q_1, on obtient immédiatement l'équation de condition

$$(b) \qquad \frac{d}{dx_1} \cdot \frac{d^2L}{dx_1\,dy_1}\frac{d^2L}{dx_1^2} + \frac{d}{dy_1} \cdot \frac{d^2L}{dx_1\,dy_1}\frac{d^2L}{dy_1^2} = 0.$$

» *Surfaces de la quatrième classe* : $m = 4$, $k = 2$. En faisant $i = 2$ dans les équations (A) et (B), nous allons trouver les valeurs générales de P_2 et de Q_2 :

$$\frac{dP_2}{dy_1} = m\frac{d^2L}{dx_1\,dy_1}\frac{d^3L}{dx_1^3} + m(m-2)\frac{d^2L}{dx_1^2}\frac{d^3L}{dx_1^2\,dy_1},$$
$$\frac{dQ_2}{dx_1} = m\frac{d^2L}{dx_1\,dy_1}\frac{d^3L}{dy_1^3} + m(m-2)\frac{d^2L}{dy_1^2}\frac{d^3L}{dx_1\,dy_1^2}.$$

D'où en faisant $m = 4$, et $P_2 = Q_2$,

$$(c) \quad \frac{d}{dx_1}\left(\frac{d^2L}{dx_1\,dy_1}\frac{d^3L}{dx_1^3} + 2\frac{d^2L}{dx_1^2}\frac{d^3L}{dx_1^2\,dy_1}\right) - \frac{d}{dy_1}\left(\frac{d^2L}{d_1x\,dy_1}\frac{d^3L}{dy_1^3} + 2\frac{d^2L}{dy_1^2}\frac{d^3L}{dx_1\,dy_1^2}\right) = 0.$$

» 25. Le polynôme (17) peut être décomposé en un produit de facteurs égaux ou inégaux, de la forme $X + a_i Y$, a_i étant une fonction de x et y. Ces quantités a_i (qui sont les *racines* de l'équation en $\frac{X}{Y}$ qu'on obtient en égalant notre polynôme à zéro), ou plus généralement tous les *zéros* et tous les *infinis* de la fonction (algébrique ou non) de $\frac{X}{Y}$, qui reste constante en vertu de l'intégrale cherchée, satisfont à l'équation

$$(24) \qquad \frac{d}{dy} \cdot \sqrt{a\lambda} + \frac{d}{dx} \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{a}} = 0.$$

(C) est du second degré; car nous avons supposé qu'aucun des coefficients extrêmes n'était nul. Les surfaces pour lesquelles ce fait se présente doivent être considérées comme une dépendance de la première classe; c'est-à-dire que je rattache à la classe (m) les surfaces pour lesquelles la fonction C est le produit d'un polynôme du degré m par une puissance quelconque X^ν. Quand la fonction qui multiplie X^ν est du premier degré, λ_1 satisfait à l'équation

$$(\nu - 1)x_1 + (\nu + 1)y_1\lambda_1^2 = \chi(\lambda_1),$$

χ désignant une fonction arbitraire.

Cette équation permet de poser

$$(25)\qquad \sqrt{\frac{\lambda}{a}} = \frac{dS}{dy}, \quad \sqrt{a\lambda} = -\frac{dS}{dx}.$$

» On déduit de là que la fonction S vérifie l'équation $\frac{dS}{dx}\frac{dS}{dy} = -\lambda$, qui revient encore à $pq = \lambda$, ou à l'équation même que l'on se propose ici d'intégrer.

» La fonction S étant supposée connue, si l'on pose S = constante, on a une équation en x et y, d'où l'on peut tirer $\frac{dy}{dx}$, avec une fonction arbitraire provenant de ce que S est donnée par une équation à différences partielles du premier ordre.

» Toutes les valeurs, a, des zéros et des infinis de la fonction que nous avons considérée sont comprises comme cas particuliers dans cette expression générale de $\frac{dy}{dx}$. On a en effet (25)

$$a = -\frac{dS}{dx} : \frac{dS}{dy}.$$

» **24.** *Intégration des équations du second ordre.* — J'ai montré dans la théorie des équations du premier ordre comment chaque intégrale particulière permet de simplifier progressivement le problème en abaissant l'ordre des équations qui doivent donner les intégrales suivantes ; j'ai rappelé comment on trouve une solution complète de ce même problème au moyen d'un nombre suffisant d'intégrales, contenant chacune une constante arbitraire ; enfin Lagrange nous a appris depuis longtemps à transformer cette solution complète en intégrale générale, par la méthode de la variation des arbitraires.

» C'est une théorie de ce genre que je voudrais tenter d'édifier dans le cas des équations du second ordre. La tâche est difficile et je n'ai encore pu réunir qu'un bien petit nombre de matériaux capables de figurer dans le plan général que je viens d'esquisser.

» Quoi qu'il en soit, les principes exposés à l'occasion des équations du premier ordre sont suffisants pour résoudre toutes les équations du second ordre qu'il est possible d'aborder par les anciennes méthodes de Monge et d'Ampère, ou pour prouver qu'une pareille solution est impossible. Deux mots me suffiront pour débarrasser ce premier chapitre des tâtonnements et

des incertitudes qu'on remarque dans tous les travaux de Monge relatifs à ce sujet et qu'on retrouve encore, quoique à un moindre degré, dans un grand nombre de passages de la belle et savante étude d'Ampère (*).

» Dans tout ce qui va suivre, je renverrai constamment à ce Mémoire tout à fait classique, dont j'admettrai les résultats sans rappeler les démonstrations, et dont je conserverai soigneusement toutes les notations.

» **25.** Supposons, pour fixer les idées, que l'équation à intégrer soit linéaire par rapport aux quantités r, s, t, et $rt - s^2$. On verra plus tard que cette restriction n'en est pour ainsi dire pas une, si l'on a égard au point de vue extrêmement général auquel je resterai placé.

» Prenant donc notre équation sous la forme

$$\text{(26)} \qquad \mathrm{H}r + 2\mathrm{K}s + \mathrm{L}t + \mathrm{M} + \mathrm{N}(rt - s^2) = 0,$$

nous poserons avec Ampère

$$\mathrm{G} = \mathrm{K}^2 - \mathrm{HL} + \mathrm{MN};$$

puis nous écrirons les équations des *caractéristiques*, telles qu'elles se trouvent dans le Mémoire cité :

$$\text{(27)} \qquad \left\{ \begin{array}{l} \mathrm{N}\,dp - (\mathrm{K} \mp \sqrt{\mathrm{G}})\,dy + \mathrm{L}\,dx = 0, \\ \mathrm{N}\,dq + \mathrm{H}\,dy - (\mathrm{K} \pm \sqrt{\mathrm{G}})\,dx = 0, \\ \quad dz - p\,dx - q\,dy = 0. \end{array} \right.$$

» Il faut bien se garder de confondre ces équations avec les équations simultanées du genre de celles que nous sommes habitués à traiter. Si nous considérons comme indépendante l'une des variables qui figurent dans les équations (27), x par exemple, on voit que le nombre des fonctions inconnues de cette variable est supérieur d'une unité à celui des équations; et à ce compte il semble qu'on ait le droit de choisir une de ces fonctions arbitrairement, pour déterminer ensuite les autres à la manière ordinaire.

» En réalité, les choses se passent d'une manière toute différente ; c'est qu'en effet les quantités p, q, z, y, qui figurent dans les équations (27) avec la variable indépendante, ne sont pas des fonctions de cette seule variable x ; elles contiennent une autre quantité, α, laquelle est le *paramètre* de l'équation générale des caractéristiques, et doit par conséquent être considérée comme une constante dans l'intégration des équations (27). Si l'on veut avoir *toutes*

(*) *Journal de l'École Polytechnique*, 17e et 18e cahier.

les équations qui déterminent d'une manière complète les inconnues p, q, z et y, il faut joindre aux équations (27) la suivante :

$$(28) \qquad \frac{dp}{d\alpha} + \frac{dq}{d\alpha}\frac{dy}{dx} - \frac{dy}{d\alpha}\frac{dq}{dx} = 0.$$

» Tout l'esprit de la méthode si bien débrouillée par Ampère consiste à chercher s'il est possible de former avec les premiers membres des équations (27), multipliés respectivement par des facteurs convenablement choisis, λ, μ, ν, une combinaison qui soit une différentielle exacte, $d\mathrm{V}$. Il est évident en effet que, dans le cas où une pareille combinaison existe, on peut intégrer l'équation $d\mathrm{V} = 0$, sans qu'il soit besoin de faire intervenir l'équation (28).

» **26.** Mais, la quantité V étant une fonction de p, q, x, y, z (*), on a en général

$$d\mathrm{V} = \frac{d\mathrm{V}}{dp}dp + \frac{d\mathrm{V}}{dq}dq + \frac{d\mathrm{V}}{dz}dz + \frac{d\mathrm{V}}{dy}dy + \frac{d\mathrm{V}}{dx}dx;$$

en identifiant le second membre avec la somme des produits qui donne par hypothèse une autre expression de $d\mathrm{V}$, on obtient les équations de condition suivantes :

$$(29) \qquad \left\{ \begin{aligned} &\frac{d\mathrm{V}}{dp} = \lambda\mathrm{N}, \quad \frac{d\mathrm{V}}{dq} = \mu\mathrm{N}, \quad \frac{d\mathrm{V}}{dz} = \nu, \\ &\frac{d\mathrm{V}}{dx} = \lambda\mathrm{L} - \mu(\mathrm{K} \pm \sqrt{\mathrm{G}}) - \nu p, \\ &\frac{d\mathrm{V}}{dy} = -\lambda(\mathrm{K} \mp \sqrt{\mathrm{G}}) + \mu\mathrm{H} - \nu q. \end{aligned} \right.$$

» Ces équations deviennent par l'élimination des facteurs indéterminés

$$(30) \qquad \left\{ \begin{aligned} &\mathrm{N}\frac{d\mathrm{V}}{dx} - \mathrm{L}\frac{d\mathrm{V}}{dp} + (\mathrm{K} \pm \sqrt{\mathrm{G}})\frac{d\mathrm{V}}{dq} + \mathrm{N}p\frac{d\mathrm{V}}{dz} = 0, \\ &\mathrm{N}\frac{d\mathrm{V}}{dy} + (\mathrm{K} \mp \sqrt{\mathrm{G}})\frac{d\mathrm{V}}{dp} - \mathrm{H}\frac{d\mathrm{V}}{dq} + \mathrm{N}q\frac{d\mathrm{V}}{dz} = 0. \end{aligned} \right.$$

(*) Si l'équation proposée avait une forme quelconque, les équations de la caractéristique contiendraient en général les quantités r, s, t; il faudrait alors adjoindre aux équations (27)

$$dp - r\,dx - s\,dy = 0,$$
$$dq - s\,dx - t\,dy = 0,$$

et tous les raisonnements subsisteraient avec un degré de complication de plus dans les opérations. Les équations simultanées à intégrer seraient au nombre de trois, etc.

» La fonction cherchée V doit donc satisfaire à deux équations simultanées du premier ordre; or nous savons dans quels cas deux pareilles équations admettent une solution commune, et nous savons trouver cette solution commune, quand elle existe. Nous n'aurons donc jamais aucune difficulté à appliquer la méthode d'Ampère, toutes les fois qu'elle sera applicable.

» **27**. Les cas où les équations de la caractéristique n'admettent pas de *combinaison intégrable* ont à peu près échappé jusqu'à présent à tout essai d'une théorie générale. Dans le système que je propose ici d'après Lagrange (*), la série des opérations comprend trois parties bien distinctes.

» 1° *Recherche des intégrales particulières.* — L'invention, j'ai déjà eu occasion de le dire, ne saurait être soumise à des règles bien précises. Tout ce que je puis conseiller ici, c'est d'étudier directement, avec toutes les ressources géométriques ou analytiques dont on dispose, le problème dont l'équation à intégrer est la traduction algébrique. Souvent une question, rebelle dans toute sa généralité, deviendra plus ou moins abordable, convenablement particularisée. On trouvera ainsi des intégrales, plus simples que l'intégrale générale, qui représenteront un premier pas fait vers la solution cherchée.

» 2° *Formation de l'intégrale complète.* — En supposant qu'on ait obtenu une solution contenant une ou deux constantes arbitraires, comment cette connaissance peut-elle servir à simplifier les calculs subséquents qui doivent aboutir à la solution complète? Quand on a trouvé plusieurs intégrales du même genre, leur combinaison nous apprend-elle quelque chose de plus que chacune d'elles prise isolément? Enfin, combien faut-il d'intégrales particulières, et quelles sont les conditions qui doivent être satisfaites par ces intégrales, pour qu'on puisse en conclure la solution complète avec cinq constantes arbitraires?

» Toutes ces questions sont entièrement neuves; et il m'est impossible de donner ici la moindre indication sur la manière de les traiter au point de vue général. Je mentionnerai seulement la remarque bien simple qui m'a conduit au résultat dans le travail que je rappelle, et qui peut être utile dans un grand nombre de circonstances analogues. Il arrive souvent que le problème consiste à trouver toutes les surfaces qui jouissent d'une certaine propriété indépendante du choix des axes; et alors il est évident qu'une

(*) C'est ce système que je suis parvenu à appliquer, non sans de très-grandes longueurs de calcul, dans le Mémoire couronné par l'Académie, et actuellement sous presse.

simple transformation de coordonnées introduira dans une intégrale quelconque un nombre plus ou moins grand de constantes arbitraires selon les cas. Toutes les fois qu'on pourra appliquer cette règle, on diminuera beaucoup les difficultés que présente la formation d'une solution complète.

» 3° *Calcul de l'intégrale générale.* — Je n'ai rien à ajouter aux quelques mots de Lagrange (*). Le principe de la méthode, qui consiste à faire varier les constantes arbitraires, est extrêmement simple; son application rencontre des difficultés telles, que l'auteur juge lui-même sa méthode plus curieuse qu'utile, et croit superflu d'insister sur ce sujet.

» Je suis heureux d'avoir prouvé que ces difficultés ne sont pas toujours insurmontables; et que la belle méthode de Lagrange, après avoir si bien élucidé toutes les questions relatives aux équations du premier ordre, n'a pas encore dit son dernier mot sur la théorie beaucoup plus difficile des équations à différences partielles du second ordre. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Mémoire sur les surfaces orthogonales; par* M. OSSIAN BONNET. (Second extrait.)

(Renvoi à la Section de Géométrie.)

« Dans la dernière communication que j'ai eu l'honneur de faire à l'Académie, j'ai donné une méthode nouvelle pour déterminer les systèmes triples de surfaces orthogonales qui me paraît devoir conduire à des résultats d'une grande importance. J'ai appliqué cette méthode à un premier cas particulier et j'ai obtenu tous les systèmes triples dans lesquels chacune des surfaces de l'un des systèmes (du système ρ_2) a pour transformées sphériques de ses lignes de courbure des lignes sphériques isothermes et orthogonales. Les systèmes dont il s'agit ont un degré de généralité qui n'avait pas encore été atteint : en effet, l'expression générale des coordonnées x, y, z contient plusieurs fonctions arbitraires. Je me propose aujourd'hui d'indiquer une seconde application qui conduit à des résultats encore plus étendus.

» Je suppose le rapport $\frac{u}{v_1}$ (**) indépendant de ρ_2, on peut alors poser

$$\cos b \cos i\omega = \cos(\psi + a) \tag{6}$$

(*) *Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin*, 1774, p. 266.

(**) Je conserve toutes les notations du premier extrait.

et, par suite,

$$\cos b . i \sin i\omega = \sqrt{\cos^2(\psi + a) - \cos^2 b}, \tag{6}$$

a et b étant des fonctions de ρ et de ρ_1; puis, en tenant compte de la troisième des équations (2), il vient

$$\left\{ \begin{aligned} \sin b \sin(\varphi + c) &= -\sin(\psi + a), \\ \sin b \cos(\varphi + c) &= \sqrt{\cos^2(\psi + a) - \cos^2 b}, \end{aligned} \right. \tag{7}$$

c étant une nouvelle fonction arbitraire de ρ et de ρ_1. Les équations précédentes donnent

$$\cos(\varphi + c) = \cot b . i \sin i\omega,$$

et l'on reconnaît aisément que le cas considéré est celui où les lignes de courbure communes aux surfaces ρ et ρ_1 sont des courbes planes.

» Différentions successivement par rapport à ρ et par rapport à ρ_1 la première des équations (6) et la première des équations (7), nous aurons

$$\frac{d\omega}{d\rho} = \frac{\sin(\psi + a)\left(\frac{d\psi}{d\rho} + \frac{da}{d\rho}\right) - \tang b \cos(\psi + a)\frac{db}{d\rho}}{\sqrt{\cos^2(\psi + a) - \cos^2 b}},$$

$$\frac{d\omega}{d\rho_1} = \frac{\sin(\psi + a)\left(\frac{d\psi}{d\rho_1} + \frac{da}{d\rho_1}\right) - \tang b \cos(\psi + a)\frac{db}{d\rho_1}}{\sqrt{\cos^2(\psi + a) - \cos^2 b}},$$

$$\frac{d\varphi}{d\rho} = -\frac{dc}{d\rho} + \frac{\cot b \sin(\psi + a)\frac{db}{d\rho} - \cos(\psi + a)\left(\frac{d\psi}{d\rho} + \frac{da}{d\rho}\right)}{\sqrt{\cos^2(\psi + a) - \cos^2 b}},$$

$$\frac{d\varphi}{d\rho_1} = -\frac{dc}{d\rho_1} + \frac{\cot b \sin(\psi + a)\frac{db}{d\rho_1} - \cos(\psi + a)\left(\frac{d\psi}{d\rho_1} + \frac{da}{d\rho_1}\right)}{\sqrt{\cos^2(\psi + a) - \cos^2 b}},$$

et, en posant $\psi + a = \chi$,

$$\frac{d\omega}{d\rho} = \frac{\sin\chi \frac{d\chi}{d\rho} - \tang b \cos\chi \frac{db}{d\rho}}{\sqrt{\cos^2\chi - \cos^2 b}},$$

$$\frac{d\omega}{d\rho_1} = \frac{\sin\chi \frac{d\chi}{d\rho_1} - \tang b \cos\chi \frac{db}{d\rho_1}}{\sqrt{\cos^2\chi - \cos^2 b}},$$

$$\frac{d\varphi}{d\rho} = -\frac{dc}{d\rho} + \frac{\cot b \sin\chi \frac{db}{d\rho} - \cos\chi \frac{d\chi}{d\rho}}{\sqrt{\cos^2\chi - \cos^2 b}},$$

$$\frac{d\varphi}{d\rho_1} = -\frac{dc}{d\rho_1} + \frac{\cot b \sin\chi \frac{db}{d\rho_1} - \cos\chi \frac{d\chi}{d\rho_1}}{\sqrt{\cos^2\chi - \cos^2 b}}.$$

» Substituons ces valeurs dans les deux premières des équations (2), on trouvera

$$\frac{d\chi}{d\rho} - [\cot b \sin\chi(\cos\chi - \cot a \sin\chi) + \tang b \cos\chi(\sin\chi + \cot a \cos\chi)] \frac{db}{d\rho}$$
$$+ \sqrt{\cos^2\chi - \cos^2 b}(\cos\chi - \cot a \sin\chi) \frac{dc}{d\rho} = 0,$$

$$\frac{d\chi}{d\rho_1} - [\cot b \sin\chi(\cos\chi + \tang a \sin\chi) + \tang b \cos\chi(\sin\chi - \tang a \cos\chi)] \frac{db}{d\rho_1}$$
$$+ \sqrt{\cos^2\chi - \cos^2 b}(\cos\chi + \tang a \sin\chi) \frac{dc}{d\rho_1} = 0,$$

d'où

$$d\chi - \Big\{[\cot b \sin\chi(\cos\chi - \cot a \sin\chi) + \tang b \cos\chi(\sin\chi + \cot a \cos\chi)] \frac{db}{d\rho}$$
$$- \sqrt{\cos^2\chi - \cos^2 b}(\cos\chi - \cot a \sin\chi) \frac{dc}{d\rho}\Big\} d\rho$$
$$- \Big\{[\cot b \sin\chi(\cos\chi + \tang a \sin\chi) + \tang b \cos\chi(\sin\chi - \tang a \cos\chi)] \frac{db}{d\rho_1}$$
$$- \sqrt{\cos^2\chi - \cos^2 b}(\cos\chi + \tang a \sin\chi) \frac{dc}{d\rho_1}\Big\} d\rho_1 = 0.$$

Or cette dernière équation doit être intégrable avec une constante arbitraire si l'on veut que χ soit fonction de ρ_2; exprimant donc que la condition connue d'intégrabilité est ici satisfaite, il vient

$$\frac{\cos^2\chi - \cos^2 b}{\sin b \cos b} \frac{d^2 b}{d\rho\, d\rho_1} + \sin\chi \sqrt{\cos^2\chi - \cos^2 b} \frac{d^2 c}{d\rho\, d\rho_1}$$
$$+ \frac{\cos^2\chi - \cos^2 b}{\sin b \cos b}\left(\tang a \frac{da}{d\rho}\frac{db}{d\rho_1} - \cot a \frac{da}{d\rho_1}\frac{db}{d\rho}\right)$$
$$+ \sin\chi \sqrt{\cos^2\chi - \cos^2 b}\left(\tang a \frac{da}{d\rho}\frac{dc}{d\rho_1} - \cot a \frac{da}{d\rho_1}\frac{dc}{d\rho}\right)$$
$$+ \sin\chi \sqrt{\cos^2\chi - \cos^2 b} \cot b\left(\frac{db}{d\rho}\frac{dc}{d\rho_1} + \frac{db}{d\rho_1}\frac{dc}{d\rho}\right) + (\cos^2\chi - \cos^2 b)\frac{dc}{d\rho}\frac{dc}{d\rho_1} = 0,$$

d'où, à cause de l'indétermination de χ,

$$\frac{d^2 b}{d\rho\, d\rho_1} + \operatorname{tang} a \frac{da}{d\rho}\frac{db}{d\rho_1} - \cot a \frac{da}{d\rho_1}\frac{db}{d\rho} - \sin b \cos b \frac{dc}{d\rho}\frac{dc}{d\rho_1} = 0,$$

$$\frac{d^2 c}{d\rho\, d\rho_1} + \operatorname{tang} a \frac{da}{d\rho}\frac{dc}{d\rho_1} - \cot a \frac{da}{d\rho_1}\frac{dc}{d\rho} + \cot b \left(\frac{db}{d\rho}\frac{dc}{d\rho_1} + \frac{db}{d\rho_1}\frac{dc}{d\rho}\right) = 0.$$

Ces deux dernières équations ne peuvent certainement pas être intégrées d'une manière complète, mais elles fournissent aisément un très-grand nombre de valeurs particulières de a, b, c.

» Si b et c sont constants, les deux équations sont satisfaites d'elles-mêmes quel que soit a. Si c est constant, b étant quelconque, la seconde équation est satisfaite d'elle-même, et la première, qui se réduit à

$$\frac{d^2 b}{d\rho\, d\rho_1} + \operatorname{tang} a \frac{da}{d\rho}\frac{db}{d\rho_1} - \cot a \frac{da}{d\rho_1}\frac{db}{d\rho} = 0,$$

donne un très-grand nombre de valeurs correspondantes de a et de b. Signalons encore le cas où b est fonction de c.

» Le calcul de H_2 qui sert à compléter la recherche des systèmes orthogonaux, une fois que l'on a trouvé ω, φ, ψ en fonction de ρ et de ρ_1, présente, dans le cas que nous examinons, des circonstances remarquables.

» On a ici

$$\frac{d^2 lu}{d\rho_1\, d\rho_2} = uv.$$

Par conséquent, la première des équations (5) donne

$$\frac{dH_2}{d\rho_2} = \frac{dl.u}{d\rho_2} H_2 + \varphi(\rho_1, \rho_2);$$

en exigeant que la seconde des mêmes équations soit aussi satisfaite, on reconnaît que $\varphi(\rho_1, \rho_2)$ doit se réduire à une fonction $\varphi(\rho_2)$ de ρ_2. Intégrant alors une seconde fois, il vient

$$\frac{H_2}{u} = K_2 + \int \frac{1}{u} \varphi(\rho_2) d\rho_2,$$

d'où

$$H_2 = uK_2 + u \int \frac{1}{u} \varphi(\rho_2)\, d\rho_2,$$

K_2 étant une fonction arbitraire de ρ et de ρ_1.

» On pourrait croire que la valeur précédente de H_2 convient quelle que soit la fonction K_2, aux systèmes triplement orthogonaux que nous étudions; et, en effet, une valeur de H_2 qui convient aux deux premières des équations (5) satisfait aussi, en général, aux deux autres; toutefois il y a une exception, et cette exception se présente lorsque $\frac{u}{v_1}$ est indépendant de ρ_2, ce qui est précisément le cas dont il s'agit ici. Il faut donc encore assujettir H_2 à vérifier la troisième des équations (5); on trouve ainsi pour déterminer K_2 l'équation

$$\frac{d^2 K_2}{d\rho\, d\rho_1} + \frac{d.l.\frac{u}{v_1}}{d\rho_1}\frac{dK_2}{d\rho} + v_1 \frac{d.\frac{\rho_2}{u}}{d\rho_1} K_2 = 0,$$

laquelle ne contient pas ρ_2 et donne, par conséquent, pour K_2 une valeur contenant deux fonctions arbitraires. »

THÉORIE DES NOMBRES. — *Note sur l'équation du troisième degré;* *par* **M. E. Catalan.**

(Renvoi à la Section de Géométrie.)

« I. En désignant par A_n la somme des puissances $n^{\text{ièmes}}$ de l'équation

(1) $$x^3 + px + q = 0,$$

on a, comme l'on sait,

(2) $$A_n = -pA_{n-2} - qA_{n-3},$$

à partir de $n = 3$. En même temps,

$$A_0 = 3, \quad A_1 = 0, \quad A_2 = -2p.$$

» II. Si l'on forme successivement les valeurs de A_3, A_4, A_5, ..., on trouve bientôt qu'elles sont comprises dans les deux formules

(3) $$\pm A_{2k+1} = (2k+1)\left[p^{k-1}q - \frac{(k-2)(k-3)}{2\,.\,3}p^{k-4}q^3 + \frac{(k-3)(k-4)(k-5)(k-6)}{2\,.\,3\,.\,4\,.\,5}p^{k-7}q^5 - \frac{(k-4)(k-5)(k-6)(k-7)(k-8)(k-9)}{2\,.\,3\,.\,4\,.\,5\,.\,6\,.\,7}p^{k-10}q^7 + \ldots\right],$$

(4) $$\pm A_{2k} = 2\,.\,p^k - (2k)\left[\frac{k-2}{2}p^{k-3}q^2 - \frac{(k-3)(k-4)(k-5)}{2\,.\,3\,.\,4}p^{k-6}q^4 + \frac{(k-4)(k-5)(k-6)(k-7)(k-8)}{2\,.\,3\,.\,4\,.\,5\,.\,6}p^{k-9}q^6 - \ldots\right],$$

dont la vérification est facile. (On doit prendre les signes supérieurs si k est *pair*.)

» III. Le cas particulier de $p = 1$, $q = -1$ conduit à un résultat curieux. On trouve en effet, à cause de

$$(5) \qquad A_n = -A_{n-2} + A_{n-3}:$$

$A_2 = -2$, $A_3 = 3$, $A_4 = 2$, $A_5 = -5$, $A_6 = 1$, $A_7 = 7$,
$A_8 = -6$, $A_9 = -6$, $A_{10} = 13$, $A_{11} = 0$, $A_{12} = -19$, $A_{13} = 13$,
$A_{14} = 19$, $A_{15} = -32$, $A_{16} = -6$, $A_{17} = 51 = 17.3$,
$A_{18} = -26$, $A_{19} = -57 = -19.3$, $A_{20} = 77$, $A_{21} = 31$,
$A_{22} = -134$, $A_{23} = 46 = 23.2$, $A_{24} = 165$, $A_{25} = -180$,
$A_{26} = -119$, $A_{27} = 345$, $A_{28} = -61$,
$A_{29} = -464 = -29.16$, ...

» Ainsi, au moins jusqu'à une certaine valeur de n, *le nombre entier* A_n *est ou n'est pas divisible par* n, *suivant que* n *est ou n'est pas premier.* Au moyen de la formule (3), on démontre aisément la première partie de cette proposition. Si la seconde partie était également démontrée, on aurait un *criterium* analogue au théorème de Wilson [mais incomparablement plus simple (*)], pour reconnaître si un nombre est premier ou non premier.

» Si l'on suppose $p = -1$, $q = -1$, on trouve des résultats analogues à ceux qui viennent d'être indiqués :

$A_2 = 2$, $A_3 = 3$, $A_4 = 2$, $A_5 = 5$, $A_6 = 5$, $A_7 = 7$,
$A_8 = 10$, $A_9 = 12$, $A_{10} = 17$, $A_{11} = 22 = 11.2$, $A_{12} = 29$,
$A_{13} = 39 = 13.3$; . . . . »

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Note sur le pigment des Touracos* (*Musophaga*); *par* **M. Anatole Bogdanow.**

(Renvoi à l'examen des Commissaires précédemment nommés : MM. Chevreul, Pelouze, Regnault et Blanchard en remplacement de feu M. Is. Geoffroy-Saint-Hilaire.)

« Dans une Note sur le pigment du *Calurus auriceps*, présentée à l'Académie des Sciences en 1858, et publiée dans les *Comptes rendus*, j'ai fait con-

(*) Les valeurs de A_n croissent très-lentement : $A_{33} = 3$, $A_{35} = -26924$.

naître un procédé bien simple d'extraction de quelques pigments (zoo-érythrine, zoo-mélanine, zoo-verdine) des plumes d'oiseaux. Les conclusions que j'ai cru pouvoir tirer de mes expériences étaient celles-ci : 1° qu'on peut diviser les couleurs des plumes en deux groupes : *a.* couleurs provenant d'un pigment isolable, et *b.* couleurs optiques provenant de la constitution de la surface des plumes; 2° que la couleur *bleue* est toujours optique, c'est-à-dire qu'il n'y a jamais un pigment bleu dans les plumes de cette couleur; 3° que le pigment noir avec ses nuances constitue un groupe à part des autres pigments; et 4° que les pigments peuvent être divisés chimiquement en deux groupes : *a.* les pigments solubles en alcool et éther (zoo-verdine, zoo-fulvine, zoo-érythrine), et *b.* les pigments solubles dans l'ammoniaque chaude (zoo-mélanine).

» Sur une de ces conclusions concernant la couleur bleue (son opticité absolue), on nous a fait depuis quelques objections très-dignes d'attention et que nous étions obligé de vérifier par les faits. Ces objections se fondaient sur l'observation de M. Schlegel, publiée dans les *Verslagen en Mededeelingen der Koninglijke Akademie van Wetenschappen*, 1858, vol. VI, p. 381, et traduit dans le *Journal d'Ornithologie* de M. Cabanis, 1858, heft V, par Martens. Comme mon point de vue sur la couleur bleue me paraissait toujours bien fondé sur les expériences et les observations, je tenais beaucoup à avoir les plumes des Touracos pour les examiner et les étudier. Grâce à l'obligeance habituelle de M. Cabanis, j'ai reçu un exemplaire de Touracos, et les expériences faites sur cet oiseau m'ont présenté quelques faits intéressants et nouveaux pour la question de la coloration, et j'ai l'honneur d'en présenter quelques-uns à l'Académie.

» Voici en extrait les observations de M. Schlegel : « Déjà Jules Verreaux, » dit-il, pendant son long séjour en Afrique, a fait une curieuse observation » sur le Touraco (*Mus. albicristata*). Les douze ou quatorze pennes alaires, » qui sont d'un si beau pourpre violâtre, perdent cette couleur chez les » individus vivants, lorsqu'elles ont été mouillées par la pluie : si dans cet » état on vient à les toucher ou à les frotter avec les doigts, ceux-ci se » trouvent aussitôt rougis par la couleur pourprée qui a déteint sur eux. » En séchant les plumes, elles reprennent leur éclat primitif. Sur la dé- » pouille de l'oiseau aucun effet semblable ne se produit. » M. Schlegel a répété ces expériences, et il a trouvé aussi que les plumes mortes ne sont pas attaquées par l'eau et que le pigment de l'oiseau mort est insoluble dans celle-ci. M. Schlegel a de même trouvé que le pigment est soluble dans

l'ammoniaque froide et dans l'eau savonnée. Mais, en répétant au jardin zoologique sur un oiseau vivant ces expériences, M. Schlegel a trouvé que si on mouille l'oiseau avec de l'eau, les plumes deviennent plus pâles, mais la couleur reparaît de nouveau avec le temps. Mais si l'oiseau succombe pendant l'expérience et avant que les plumes aient regagné leur couleur primitive, elles changent de couleur et deviennent bleues. Ainsi une plume rouge chez l'oiseau mort devient bleue; comment faut-il expliquer ce fait d'après notre point de vue, c'est-à-dire que la couleur bleue est une couleur optique?

» Avant tout il a fallu isoler le pigment, et après les observations de M. Schlegel rien ne pouvait être plus facile. Il faut prendre les plumes, les mettre dans l'ammoniaque et filtrer. Alors on reçoit une solution du pigment. En saturant l'ammoniaque avec l'acide acétique, le pigment tombe au fond et on n'a qu'à filtrer de nouveau le liquide pour avoir le pigment sur le filtre. Dans une heure on peut se procurer du pigment à discrétion, si on a assez de plumes. Il est fort à désirer que les chimistes donnent leur attention à l'analyse de ce pigment, ce qui est impossible pour un simple zoologiste. Le procédé d'extraction des autres pigments à l'aide de l'alcool ou éther est une chose facile pour les petites doses, mais très-difficile pour obtenir une suffisante quantité du pigment. Avec beaucoup de peine nous sommes parvenus à avoir assez du pigment du *Calurus auriceps* pour une seule analyse; les pigments jaunes et verts sont encore plus difficiles à obtenir. Mais dans le pigment de Touracos, avec le procédé que je viens d'indiquer, on peut avoir toutes les chances pour une bonne réussite.

» Quand le pigment est extrait et filtré, on a sur le filtre une poudre rouge, qui paraît en masse d'une teinte bleue. L'intensité d'une teinte bleue est en raison directe avec l'épaisseur de la masse pigmentaire. Mais ce qui est intéressant au plus haut degré, c'est que le pigment a un éclat métallique des plumes, qu'on peut voir sur un petit échantillon, joint à la Note. Les plumes, après l'extraction du pigment, deviennent roses ou blanc-rosâtre, vu la quantité du pigment resté dans les couches profondes de la substance cornée. Après l'extraction du pigment, les plumes ne deviennent jamais bleues. Ainsi on voit que, dans l'observation de M. Schlegel, il n'y a rien de contraire à la théorie de l'opticité de la couleur bleue, que je proposai il y a déjà trois ans et qui a été premièrement publiée dans les *Comptes rendus* de l'Académie et plus en détail dans les *Mémoires de la Société de Biologie de Paris*. Quoique les faits que je viens de présenter ne paraissent pas au

premier coup d'œil d'une grande importance, ils en ont en réalité, si on pense aux conclusions ressortant des observations de M. Schlegel et de mes expériences.

» 1° Le procédé indiqué plus haut nous donne pour la première fois une possibilité d'avoir le pigment en masse chez le *Musophaga*. (Le même procédé peut être appliqué au zoo-mélanine des Toucans.)

» 2° Nous voyons que les couleurs (chez les oiseaux) à peu près identiques peuvent provenir de pigments de diverse nature. Ainsi la couleur rouge du *Calurus* provient d'un pigment soluble dans l'alcool, tandis que la couleur rouge-pourpre du *Musophaga*, d'un pigment qui n'est soluble que dans l'ammoniaque.

» 3° L'irisation des plumes peut provenir, non-seulement de la constitution de la surface, mais aussi d'un *pigment irisant*, comme nous le voyons chez le *Musophaga*, et par conséquent que les faits de la coloration des oiseaux et de leurs irisations sont plus complexes qu'on ne le pouvait croire au premier coup d'œil, et que la cause de ces faits provient de diverses sources.

» 4° Si les couleurs rouges chez le *Musophaga* mouillé et mort sans avoir regagné pendant la vie le pigment rouge perdu par le mouillage deviennent bleuâtres, cela dépend probablement de ce que le pigment des couches superficielles des plumes se dissout, et celles-ci deviennent par cela même, pour les couches sous-jacentes, ce que les Allemands appellent *trübe medien*. On connaît déjà, par les expériences, que si on a des couches riches en pigment et couvertes par des lamelles cornées présentant les conditions de ces *trübe median*, on reçoit l'impression de la couleur bleue, comme l'a démontré, entre autres, M. Drücke. Chez le *Musophaga* les conditions pour l'apparition de la couleur bleue après le mouillage sont encore plus favorables que chez les autres oiseaux, car le pigment lui-même possède la propriété d'une irisation en bleu, et ces couches superficielles cornées n'ont qu'à l'augmenter. Nous répétons que cette explication nous paraît probable, car nous n'avons pas eu l'occasion de voir les échantillons observés par M. Schlegel.

» Nous ne pouvons finir cette Note sans ajouter que les expériences faites sur divers papillons ont donné une grande analogie dans les faits de coloration de ces insectes avec les oiseaux. Nous sommes parvenus à extraire une petite quantité de zoo-fulvine, c'est-à-dire la matière colorante jaune des papillons. Mais avec la permission de l'Académie nous nous proposons de traiter ces questions plus en détail dans une autre communication. »

PHYSIOLOGIE. — *Du nerf pneumogastrique considéré comme agent excitateur et comme agent coordinateur des contractions œsophagiennes dans l'acte de la déglutition; par* **M. A. Chauveau.**

(Commissaires précédemment nommés : MM. Serres, Flourens, Bernard.)

« M'étant proposé d'étudier dans l'un des mouvements les plus simples de l'économie, la déglutition œsophagienne, l'influence des deux ordres de fibres du système nerveux périphérique sur l'excitation et la coordination des contractions musculaires, mon premier soin a été de déterminer, par l'anatomie et la physiologie, l'origine et le trajet des fibres motrices de la portion trachéale de l'œsophage, celle qui a été plus spécialement l'objet de mes investigations.

» Les nerfs moteurs de l'œsophage viennent tous des racines propres du pneumogastrique. Ainsi, en pratiquant, sur un animal récemment tué, l'excitation localisée des racines du spinal, de l'hypoglosse, du glosso-pharyngien, du facial, et celle des divers filets sympathiques communiquant avec le pneumogastrique, on ne provoque ni mouvements de l'estomac, ni mouvements de l'œsophage; mais, en agissant sur les racines propres de la dixième paire, on fait naître dans ces deux organes les plus énergiques contractions.

» Chez le lapin, et probablement chez l'homme, celles de ces fibres nerveuses motrices qui sont destinées à la portion trachéale de l'œsophage n'abandonnent le tronc du nerf pneumogastrique qu'avec le récurrent. Aussi, quand sur un lapin on électrise légèrement ce dernier nerf à son origine, détermine-t-on la tétanisation énergique de cette région trachéale de l'œsophage. Dans les autres animaux que j'ai pu examiner (chien, cheval, âne, mouton), les fibres motrices œsophagiennes qui ont la même destination passent toutes dans les nerfs pharyngien et laryngé externe, pour descendre ensuite le long de l'œsophage jusqu'auprès de la base du cœur; en sorte que, si l'on galvanise, sur un sujet récemment tué, soit les récurrents, soit le tronc du pneumogastrique au milieu du cou, on n'obtient, même avec les plus fortes machines, aucune contraction dans la portion trachéale de l'œsophage; tandis que la galvanisation la plus légère du nerf pharyngien et du laryngé externe, ou celle du pneumogastrique pratiquée au-dessus de l'origine de ces deux branches collatérales, tétanise instantanément cette partie du conduit œsophagien.

» Il résulte de ce qui précède que la section des pneumogastriques au milieu du cou, sur un lapin vivant, paralyse les nerfs moteurs de l'œsophage, et laisse à ces nerfs l'intégrité de leur action fonctionnelle chez les autres animaux. Par conséquent, on est amené à supposer que dans ces derniers, après une semblable opération, la portion trachéale de l'œsophage doit continuer à exécuter son mouvement péristaltique. L'expérience enseigne que les choses se passent effectivement ainsi chez les chiens. Mais il en est autrement du cheval, de l'âne et du mulet. Chez ces animaux, la section des pneumogastriques porte les plus graves atteintes à la déglutition œsophagienne : observé directement pendant le repas sur le côté gauche et en bas du cou, l'œsophage reste flasque, sans mouvements, et se laisse distendre passivement, comme dans le lapin, par les aliments qu'y poussent les contractions pharyngiennes; ou bien, ce qui est beaucoup plus rare, il se contracte encore, mais sans produire de mouvement péristaltique capable de faire cheminer régulièrement le bol alimentaire. Ainsi, paralysie absolue ou parfois ataxie sans paralysie, voilà ce qu'on observe dans l'œsophage des Solipèdes à la région cervicale inférieure après la section des pneumogastriques pratiquée au-dessus de l'origine des récurrents.

» Cette section cependant, d'après les expériences *post mortem* rapportées plus haut, respecte aussi bien que chez le chien l'intégrité des nerfs moteurs de toute la portion trachéale de l'œsophage. Pourquoi cette différence dans les résultats? Fallait-il l'expliquer par l'existence, dans le pneumogastrique des Solipèdes, de fibres nerveuses motrices récurrentes dont l'excitabilité ne pourrait être mise en jeu que pendant la vie? Je fus un moment sur le point de l'admettre, ayant vu une électrisation légère du pneumogastrique gauche vers le milieu du cou provoquer sur un cheval vivant, dans toute la portion cervicale de l'œsophage, des contractions énergiques indépendantes des mouvements de déglutition spontanés qui surviennent toujours en pareil cas. Mais je vis bientôt que ces contractions devaient s'expliquer autrement. En effet, après avoir coupé en travers les deux nerfs pneumogastriques au cou, sur plusieurs chevaux, je n'obtins jamais la moindre contraction œsophagienne (région cervicale) en galvanisant le bout périphérique, même quand j'employais des courants assez forts pour paralyser le cœur. Au contraire une légère électrisation du bout central excitait les mêmes contractions violentes que l'électrisation des nerfs intacts. Ce sont donc là des contractions réflexes, qu'il faut attribuer à l'irritation de fibres centripètes dont la distribution à l'œsophage n'est pas faite par le

pharyngien ou le laryngé externe, mais bien par le récurrent. Rien de semblable n'a lieu chez le chien quand on galvanise les pneumogastriques au cou, ce qui veut dire que, dans cet animal, les nerfs pharyngien et laryngé externe distribuent à la portion trachéale de l'œsophage, non-seulement ses nerfs moteurs ou centrifuges, mais encore tous ses nerfs centripètes. D'où l'on arrive à conclure que la paralysie ou l'ataxie observées dans la portion cervicale de l'œsophage du cheval, après la section des pneumogastriques, dépend de l'interruption de la continuité des fibres centripètes fournies à l'œsophage par les récurrents.

» En résumé, chez le lapin, après la section des pneumogastriques au milieu du cou, la portion trachéale de l'œsophage est entièrement paralysée, parce qu'elle est privée de l'action et de ses nerfs centrifuges et de ses nerfs centripètes, qui lui viennent tous des récurrents.

» Chez le chien, après la même opération, cette portion trachéale du conduit œsophagien a gardé l'énergie et la régularité de ses mouvements, parce que le conduit a conservé l'intégrité de ses nerfs centrifuges et centripètes, qui sont tous fournis par le pharyngien et le laryngé externe.

» Enfin, chez les Solipèdes, tous les nerfs moteurs de la même portion de l'œsophage ont bien cette dernière source; mais certaines fibres nerveuses centripètes viennent des récurrents; et, comme l'interruption de la continuité de ces fibres, opérée par la section transversale du pneumogastrique au milieu du cou, est toujours suivie de symptômes de paralysie, ou tout au moins d'ataxie, présentés par la tunique charnue de l'œsophage, on est forcé d'admettre que ces fibres jouent, dans la production du mouvement péristaltique, un rôle aussi essentiel que les fibres motrices elles-mêmes : conclusion tout à fait en accord avec celle des expériences de M. Claude Bernard sur les racines spinales. »

M. **Duméry** présente un *appareil destiné à empêcher les incrustations des chaudières à vapeur.*

« Les fonctions de ce petit appareil, auquel M. Duméry donne le nom de *Déjecteur anti-calcaire*, sont toutes physiques et se produisent sans le secours d'aucun auxiliaire mécanique.

» Elles reposent principalement sur cette remarque, que les matières étrangères à l'eau sont, tant que dure l'ébullition, soulevées et maintenues à la surface de l'eau par les bulles de vapeur qui cheminent toutes de bas en haut; il se forme entre les bulles de vapeur et les matières calcaires une sorte

de jeu de raquette relevant incessamment celles des molécules solides qui tendent à redescendre.

» Or, ceci établi, si l'on perce à la chaudière un trou à la partie supérieure, à la hauteur précisément où la vapeur maintient les matières solides ; si l'on perce également un trou à la partie la plus basse des bouilleurs, et que, par un tuyau reliant ces deux trous, on établisse entre ces deux ouvertures un mouvement de circulation, toutes les matières qui se trouvent à la surface seront entraînées dans ce courant, et rentreront indéfiniment à la chaudière avec l'eau qui les charrie, si rien ne les arrête en chemin. Mais si, dans l'intervalle de ce circuit, on place un appareil qui ait pour résultat de les retenir, il n'y aura que l'eau seule qui retournera à la chaudière. Tel est le but du récipient qui est mis en communication avec la chaudière.

» C'est donc, comme il vient d'être dit, par une circulation dans le plan vertical que les matières sortent de la chaudière; c'est de même par un circuit, mais dans le plan horizontal, qu'elles sont empêchées d'y rentrer. Voici comment : L'eau chaude étant plus légère que l'eau froide, se maintient au-dessus de celle-ci. Or, l'eau de la chaudière recevant l'action de la chaleur, tandis que celle du récipient n'est pas chauffée, c'est l'eau sortant de la chaudière qui surnage, c'est-à-dire qui occupe la partie supérieure du récipient. De la sorte, l'eau chargée des matières calcaires sortant de la chaudière, circule au-dessus de l'eau contenue dans le récipient, et c'est dans le trajet qu'elle a à faire au sommet du récipient que les matières trouvent le temps de se précipiter.

» Si le récipient présentait une simple boîte unie à l'intérieur, le chemin à parcourir depuis le point d'entrée jusqu'au point de sortie serait trop court pour que les matières eussent le temps de se déposer, et elles rentreraient encore à la chaudière ; mais si, sous le couvercle de ce récipient, on a appendu des cloisons qui forcent l'eau à parcourir un chemin suffisamment long pour que les matières solides aient le temps d'abandonner l'eau qui les charrie, celles-ci iront occuper le fond du récipient, et il n'y aura que l'eau complétement embarrassée des matières calcaires qui rentrera à la chaudière : c'est ce qui a lieu.

» Ce petit appareil, en tant que réalisation matérielle, se compose donc tout simplement de deux circuits : l'un dans le plan vertical, par où les matières solides sortent de la chaudière; l'autre dans le plan horizontal, dans lequel elles se déposent. La vapeur, de son côté, se chargeant, d'une part, de provoquer le mouvement; d'autre part, de soulever les matières, de les porter à la surface.

» Les avantages qui résultent de la suppression des incrustations sont assez connus, assez nombreux, pour qu'il soit utile de les énumérer ici. »

Le Mémoire de M. Duméry est renvoyé à une Commission composée de MM. Morin et Combes.

M. **Dru** soumet au jugement de l'Académie un Mémoire sur l'écoulement de l'eau dans les puits artésiens.

(Commissaires, MM. Dumas, Combes, Clapeyron.)

M. **Mène** envoie de Lyon une Note intitulée : « Méthode de dosage de l'acide carbonique de l'air et de séparation de la chaux de son carbonate par liqueurs titrées ».

(Commissaires, MM. Boussingault, Balard.)

M. **Picard** adresse un Appendice à son Mémoire sur le traitement du choléra-morbus.

(Commission du prix Bréant.)

Et M. **Polli** une Addition à ses deux communications du 27 septembre « sur les maladies à ferment morbifique » et « sur les sulfites médicinaux ».

(Renvoi à la Commission des prix de Médecine et de Chirurgie.)

L'Académie renvoie à l'examen de la même Commission deux ouvrages présentés, l'un par M. **Langlebert** : « Nouvelle doctrine syphilographique » ; l'autre par M. **Violette** : « Études sur la parole et ses défauts », ouvrages accompagnés, ainsi que l'exige une des conditions du programme, de l'indication de ce que les auteurs considèrent comme neuf dans leur travail.

Un Mémoire portant pour titre : « Assimilation des substances isomorphes, » est adressé pour le concours du legs Barbier par un auteur qui, conformément à une des conditions du programme, a placé son nom sous pli cacheté.

(Réservé pour la future Commission.)

Un auteur qui, pour un motif semblable, ne se fait connaître que par une devise adresse les premières parties d'un travail destiné au concours pour

le grand prix de Mathématiques de 1863, question concernant la théorie des phénomènes capillaires; il dit être en mesure d'adresser la fin de ce travail en temps utile.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel donne connaissance d'une Lettre de madame veuve Damoiseau qui, en exécution d'un désir que lui avait souvent exprimé feu M. Damoiseau, son mari, Membre de l'Institut, décédé en 1847, met à la disposition de l'Académie une somme de 20 000 francs, destinée à la fondation d'un prix annuel. Ce prix, fondé en faveur des savants qui se livrent à des recherches analogues à celles qui ont fait l'objet incessant des travaux du célèbre astronome, pourrait, suivant que l'Académie le jugerait plus utile pour les progrès de la science, tantôt être décerné chaque année à un seul savant ou partagé entre plusieurs, tantôt être converti en prix triennal sur une question proposée.

La Lettre de madame veuve Damoiseau est, conformément au règlement, renvoyée à la Commission administrative, qui en fera l'objet d'un Rapport à l'Académie.

M. Flourens communique, au nom de *M. Grimaud*, de Caux, qui la lui adresse d'Athènes, une Note de M. J. Schmidt, Directeur de l'observatoire de cette ville, *sur le grand tremblement de terre qui a eu lieu en Grèce le 26 décembre* 1861.

« Le phénomène, dit M. Schmidt, s'est produit le 26 mars 1861, à 8^h30^m du matin. Plus de huit jours avant la catastrophe, on avait entendu des détonations et éprouvé des secousses. Mais la secousse du 26 décembre a été la plus désastreuse, quoiqu'elle n'ait duré que 3 à 4 secondes. Elle a été surtout ressentie à Vostizza, à Galaxidi et dans plusieurs autres localités de l'Achaie et de la Roumélie. Vingt hommes ont été tués et plus de deux cents blessés sous les ruines des maisons renversées. Presque toutes les églises ont été endommagées, leurs gros murs lézardés.

» Les accidents géologiques occasionnés par ce tremblement de terre sont très-remarquables. Le docteur Diamantopoulos de Vostizza les a observés le premier. Je suis venu les étudier après lui, à deux reprises. La premiere fois, quand je suis allé dans le Péloponèse pour observer l'éclipse totale de soleil du 31 décembre 1861, dans le voisinage Nemea. Au moment de la catastrophe, je me trouvais à Kalamaki, sur la côte occidentale de l'isthme de

Corinthe. La seconde fois, sur l'ordre de M. Christopoulos, ministre de l'intérieur, je suis allé visiter les contrées situées entre Delphes, Itea, Galaxidi et Vytrinitza, ainsi que la partie septentrionale du Péloponèse comprise entre Vostizza et Diakophtitika, entre les embouchures des rivières Meganites et Crathis.

» Dans la Roumélie, le sol n'a pas été considérablement modifié. Il s'est formé quelques crevasses à Itea et à Vytrinitza : dans quelques lieux, des masses de rocher se sont détachées. Le 18 janvier 1862, à 3 heures de l'après-midi, à Delphes, une masse énorme s'est détachée, sous mes yeux, du rocher Hyampeia (Phlempoukos), au-dessus de la fontaine de Castalie.

» Dans le golfe de Salona (Krissa), l'agitation de la mer a été très-grande; les bâtiments qui se trouvaient dans le port de Galaxidi ont été gravement endommagés comme dans une tempête.

» Les dommages les plus considérables se sont produits dans le voisinage de Vostizza. Il y a là un delta formé par les rivières Meganites, Selinons, Kerynitis, Vouraïkos et Crathis. Toute la plaine, dont une partie en culture et l'autre marécageuse, s'est enfoncée de $0^m,50$ à 2 mètres : cet accident a déterminé entre le sol et les montagnes du Péloponèse une grande fissure. L'enfoncement règne dans une longueur de 13 à 14 kilomètres; il a changé le niveau de la plaine entière depuis l'embouchure du Crathis jusqu'à Féméni, une demi-heure à l'est de Vostizza, sur une largeur de 500 à 2000 mètres. Il en est résulté la destruction de douze villages qui occupaient cette plaine, et le sol qui les reliait à la mer est maintenant sous l'eau dans une étendue en largeur de 100 jusqu'à 200 mètres.

» Dans la partie de la plaine qui est restée au-dessus du niveau de l'eau, et selon une zone de 500 à 800 mètres, il s'est produit de très-nombreuses crevasses de la même nature que celles qui ont été observées en Calabre en 1785 et en Valachie en 1838. Au milieu de ces crevasses il s'est formé des cônes de sable, les uns sans cratère, les autres avec cratère vomissant de l'eau de mer mêlée de gaz, de sable, de débris de plantes, de troncs d'arbres décomposés. Ces cônes, sans aucune apparence volcanique, étaient le produit des eaux souterraines soumises à la pression énorme exercée par les terrains enfoncés, obéissant aux lois de l'hydrostatique quand toutes les conditions nécessaires sont données, comme, dans le cas présent, la formation des crevasses et des trous à la surface de stratifications dans lesquelles existent simultanément les eaux et le sable.

» Ce phénomène de la formation des crevasses s'est produit sous mes yeux à Kalamaki, et je crois l'avoir observé le premier; il s'est produit quel-

ques minutes après la grande secousse. Les crevasses avaient une longueur de 15 à 20 mètres; les cônes de sable avaient un diamètre de la même grandeur; la largeur des cratères 1 à 2 mètres. Les mêmes accidents se sont manifestés sur une plus grande échelle à Helike, Trypia et Diakophtitika, à l'est de Vostizza. Dans ces dernières localités, l'eau de la mer couvre le rivage, dans l'étendue déjà mentionnée de 13 à 14 kilomètres. Les cimes des arbustes et des roseaux paraissent seuls au-dessus des eaux.

» La ville de Helike a été déjà ainsi submergée, l'an 373 avant notre ère.

» Durant mon voyage, les secousses n'étaient pas rares; presque toujours je les ai observées à Corinthe, Vostizza, Galaxidi et Delphes.

» Ce tremblement de terre, dont je viens de décrire quelques effets particuliers et locaux, s'est fait sentir dans tout le Péloponèse, dans l'île de Zante, dans la Roumélie, la Béotie, l'Eubée et l'Attique; mais les détails manquent. Ce n'est qu'après les avoir recueillis qu'on pourra se former une idée de l'ensemble et peut-être aussi déterminer le centre du mouvement. »

M. **Flourens** présente au nom de *M. Chavannes,* de Lausanne, un Mémoire imprimé sur les principales maladies des vers à soie et leur guérison, et lit l'extrait suivant de la Lettre d'envoi :

« La découverte d'une notable quantité d'acide urique et hippurique dans le sang extrait des papillons malades, où ces acides cristallisent d'eux-mêmes, est un fait nouveau. La disparition de ces acides par suite de l'élevage des vers en plein air et sur l'arbre même, et la régénération qui en est la suite, est un fait tout aussi certain. Enfin l'indication de la nature des corpuscules oscillants nageant dans le sang, lesquels ne sont que les nucléoles du noyau des globules sanguins (note 4), est aussi nouvelle. »

Le Mémoire de M. Chavannes est renvoyé à titre de renseignement à la Commission des vers à soie.

M. **Flourens** présente également au nom de :

M. Minervini un Mémoire en italien sur un œuf contenant dans son intérieur un second œuf complet, et sur un œuf à trois jaunes dans une seule coque;

De *M. Gratiolet* des Recherches sur le système vasculaire de la sangsue médicinale et de l'aulastome vorace;

De *M. Rosensthal* un Mémoire sur le nerf vague;

Et de *M. Wolf* un Mémoire également en allemand sur le bégayement et sa guérison par une nouvelle méthode.

L'auteur, dans la Lettre d'envoi, rappelle de précédentes communications qu'il a faites à l'Académie et dans lesquelles, comme dans celle qu'il fait aujourd'hui, on peut voir comment les progrès de nos connaissances en physiologie contribuent aux progrès de la thérapeutique.

La Société Géologique de Londres remercie l'Académie pour l'envoi d'une nouvelle série des *Comptes rendus*.

La Société impériale des Sciences naturelles de Cherbourg adresse des remercîments pour un semblable envoi.

GÉOMÉTRIE. — *Considérations générales sur les courbes dans l'espace. — Courbes du cinquième ordre; par* **M. A. Cayley**.

« On pourrait assez bien dénoter les courbes des ordres un, deux, trois, comme suit, savoir :

La courbe du premier ordre, par. 1
Celle du second ordre, par. 2
Les courbes du troisième ordre, par. . . 3 et $4-1$,

c'est-à-dire que la courbe plane serait 3 et la courbe dans l'espace $4-1$. Mais pour le quatrième ordre, cette notation serait déjà en défaut, et l'on aurait besoin d'une notation telle que celle-ci :

Pour la courbe plane. 4.1
Pour la courbe quadri-quadrique. . . 2.2
Pour la courbe excubo-quartique. . . $2.3-1-1$

» Cela devient cependant trop complexe, et comme je ne cherche nullement une notation parfaite, il suffit pour le moment de dénoter la courbe plane (dont je n'ai guère à m'occuper) par 4^*, la quadri-quadrique par 4, et l'excubo-quartique par $6-2$. De même pour le troisième ordre, on peut dénoter la courbe plane par 3^* et la courbe dans l'espace par 3.

» Cela étant, pour les courbes du cinquième ordre, ou courbes quin-

tiques, il y a cinq espèces, savoir :

			P. D. A.
La courbe plane	ou espèce	5	o
La courbe quadri-cubique	—	6 — 1	4
La courbe quadri-quartique	—	8 — 3	6
La courbe cubi-cubique (deux espèces)	—	9 — 3 — 1	6
		9 — 6 + 2	5

où la colonne P. D. A. fait voir pour chaque espèce le nombre des points doubles apparents (*Voir* le Mémoire de M. Salmon : *On the classification of Curves of double-Curvature*, Camb. et Dub. Math. Journ., t. V, 1850). Cette classification est au fond celle du Mémoire cité; seulement M. Salmon a énuméré trois sous-espèces qui n'existent pas, à savoir les sous-espèces quadri-quadriques analogues à V.7, V.8, V.9 (p. 42, où M. Salmon parle des courbes algébriques correspondantes à V.7, V.8, V.9, V.10, sans attacher des numéros à ces quatre sous-espèces). Je vais à présent expliquer la théorie des cinq espèces.

» *Courbe plane ou espèce* 5. — Il va sans dire que cette courbe est l'intersection d'une surface quintique par un plan quelconque.

» *Courbe quadri-cubique ou espèce* 6 — 1. — Cette courbe est l'intersection partielle d'une surface quadrique et d'une surface cubique qui ont en commun une seule droite. En supposant que les équations de la droite soient $x = 0$, $y = 0$, on peut prendre pour équation de la surface quadrique $x\omega - yz = 0$, et pour celle de la surface cubique $x\mathrm{V} - y\mathrm{U} = 0$, où $\mathrm{U} = 0$, $\mathrm{V} = 0$, sont des surfaces quadriques quelconques. Au lieu des deux équations

$$x\omega - yz = 0,$$
$$x\mathrm{V} - y\mathrm{U} = 0,$$

il est permis d'écrire

$$\left\| \begin{matrix} \mathrm{U}, & x, & z \\ \mathrm{V}, & y, & \omega \end{matrix} \right\| = 0,$$

ce qui fait voir qu'il passe par la courbe cette nouvelle surface cubique

$$z\mathrm{V} - \omega\mathrm{U} = 0,$$

laquelle a en commun avec la première surface cubique la courbe quadri-quadrique $\mathrm{U} = 0$, $\mathrm{V} = 0$.

» La courbe a 4 points doubles apparents; elle peut donc avoir 0, 1 ou

2 points doubles ou de rebroussement; cela donne les sous-espèces

V.1, V.2, V.3, V.4, V.5, V.6,

de M. Salmon.

» Je remarque en passant qu'en supposant que la surface cubique $x\mathrm{V} - y\mathrm{U} = 0$ a en commun avec la surface quadrique $x\omega - yz = 0$, non-seulement la droite $x = 0, y = 0$, mais aussi une autre génératrice du même mode de génération, on aura, au lieu de la courbe quintique $6 - 1$, cette nouvelle droite, et une courbe excubo-quartique. C'est là le théoreme qui donne une des constructions que M. Chasles a trouvées pour la courbe excubo-quartique.

» J'ajoute que la courbe considérée comme courbe située sur une surface quadrique sera de l'espèce (3,2), ou, selon la notation de M. Chasles, $\mathrm{M}(x^3 y^2)$. On connaît ainsi un grand nombre des propriétés de cette courbe, et aussi de la courbe d'espèce $8 - 3$ dont nous allons parler, qui étant considérée comme courbe située sur une surface quadrique, est de l'espèce (4,1) ou $\mathrm{M}(x^4 y)$.

» *Courbe quadri-quartique, ou espèce* $8 - 3$. — Une telle courbe est l'intersection partielle d'une surface quadrique et d'une surface quartique qui ont en commun trois droites qui ne se rencontrent pas : autrement dit, ces droites seront des génératrices du même mode de génération de la surface quadrique (*).

» Soit $x\omega - yz = 0$ l'équation de la surface quadrique; on peut prendre pour les trois génératrices

$$\begin{aligned}&(x - \lambda y = 0, \quad \lambda\omega - z = 0),\\&(x - \mu y = 0, \quad \mu\omega - z = 0),\\&(x - \nu y = 0, \quad \nu\omega - z = 0);\end{aligned}$$

et cela étant, l'équation de la surface quartique sera

$$(a, \ldots)(x - \lambda y,\ \lambda\omega - z)(x - \mu y,\ \mu\omega - z)(x - \nu y,\ \nu\omega - z) = 0,$$

en représentant de cette manière une fonction linéaire par rapport à $x - \lambda y$ et $\lambda\omega - z$, par rapport à $x - \mu y$ et $\mu\omega - z$, et par rapport à $x - \nu y$ et $\nu\omega - z$, les coefficients $a, \ldots$ étant des fonctions linéaires quelconques de x, y, z, ω.

(*) Dans le symbole $8 - 3$ on remarquera que 3 dénote non pas la cubique gauche, mais les trois droites; $8 - 1 - 1 - 1$ serait trop long, et je me suis servi exprès de la notation moins complète; et ainsi il est nécessaire en pareil cas d'expliquer la notation.

» La courbe a 6 points doubles apparents ; il n'y a donc pas d'autre singularité : c'est l'espèce analogue à

V.10

de M. Salmon.

» *Courbe cubi-cubique, espèce* $9-3-1$. — La courbe est l'intersection partielle de deux surfaces cubiques qui ont en commun une courbe cubique gauche et une droite qui ne rencontre pas la courbe cubique.

» Soient p, q, r, s, t, u, P, Q des fonctions linéaires quelconques des coordonnées ; $\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma'$ des fonctions linéaires quelconques de P, Q (autrement dit, $\alpha=0$, $\beta=0$, etc., seront les équations de six plans quelconques qui passent par la droite $P=0$, $Q=0$). Cela étant, les surfaces cubiques

$$\begin{vmatrix} p, & s, & \alpha \\ q, & t, & \beta \\ r, & u, & \gamma \end{vmatrix} = 0, \qquad \begin{vmatrix} p, & s, & \alpha' \\ q, & t, & \beta' \\ r, & u, & \gamma' \end{vmatrix} = 0,$$

auront en commun la courbe cubique

$$\left\| \begin{matrix} p, & q, & r \\ s, & t, & u \end{matrix} \right\| = 0$$

(ainsi les surfaces quadriques $pt-sq=0$, $pu-sr=0$ se rencontrent selon la droite $p=0$, $s=0$ et selon la courbe cubique dont il s'agit) et la droite $P=0$, $Q=0$. Il y aura donc encore une intersection qui sera la courbe quintique $9-3-1$.

» La courbe a 6 points doubles apparents ; il n'y a donc pas d'autre singularité : c'est l'espèce

V.10

de M. Salmon.

» Je remarque en passant que cette courbe quintique $9-3-1$ a avec une certaine courbe sextique une relation semblable à celle qui existe entre la courbe excubo-quartique et la courbe quintique $6-1$. En effet, $p, q, r, s, t, u, \alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma'$ étant à présent des fonctions linéaires quelconques des coordonnées, la courbe sextique sera donnée par les équations

$$\left\| \begin{matrix} p, & s, & \alpha, & \alpha' \\ q, & t, & \beta, & \beta' \\ r, & u, & \gamma, & \gamma' \end{matrix} \right\| = 0,$$

ou, ce qui revient à la même chose, elle sera l'intersection partielle des

deux surfaces cubiques

$$\begin{vmatrix} p, & s, & \alpha \\ q, & t, & \beta \\ r, & u, & \gamma \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} p, & s, & \alpha' \\ q, & t, & \beta' \\ r, & u, & \gamma' \end{vmatrix} = 0,$$

lesquelles ont en commun la courbe cubique

$$\left\| \begin{matrix} p, & q, & r \\ s, & t, & u \end{matrix} \right\| = 0.$$

Or, en prenant $\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma'$ des fonctions lineaires de P et Q, nous avons, en effet, réduit la courbe sextique à la droite $P = 0$, $Q = 0$ et à la courbe quintique $9 - 3 - 1$.

» *Courbe cubi-cubique, espèce* $9 - 6 + 2$. — Cette courbe est l'intersection partielle de deux surfaces cubiques qui ont en commun une courbe excubo-quartique. En supposant que cette courbe excubo-quartique soit l'intersection partielle d'une surface quadrique et d'une surface cubique qui ont en commun les deux droites $(x = 0, y = 0)$ et $(z = 0, \omega = 0)$, on peut prendre pour équation de ces deux surfaces

$$U = x\omega - yz = 0,$$

$$V = \begin{vmatrix} a, & b \\ c, & d \end{vmatrix} (x, y)(z, \omega) = 0,$$

en représentant de cette manière la fonction $axz + byz + cx\omega + dy\omega$, linéaire par rapport à x, y et par rapport à z, ω, avec des coefficients a, b, c, d, lesquels sont des fonctions linéaires quelconques de x, y, z, ω.

» En écrivant d'abord

$$\begin{aligned} V &= (ax + by)z + (cx + dy)\omega, \\ U &= \quad - \quad y\,z + \quad x\,\omega, \end{aligned}$$

on obtient

$$xV + (cx + dy)U = z[ax^2 + (b + c)xy - dy^2].$$

Et de même en écrivant

$$\begin{aligned} V &= (az + c\omega)x + (bz + d\omega)y, \\ U &= \quad \omega\,x - \quad z\,y, \end{aligned}$$

on obtient

$$zV + (bz + d\omega)U = x[az^2 + (b + c)z\omega + d\omega^2].$$

Or le premier de ces résultats fait voir qu'en supposant $U=o$, $V=o$, on a $ax^2+(b+c)xy+dy^2=o$, et le second, qu'en supposant $U=o$, $V=o$, on a de même $az^2+(b+c)z\omega+d\omega^2=o$. Les surfaces $U=o$, $V=o$ se coupent selon la courbe excubo-quartique et les droites ($x=o$, $y=o$) et ($z=o$, $\omega=o$); mais la surface $ax^2+(b+c)xy+dy^2=o$ ne passe que par la première, et la surface $az^2+(b+c)z\omega+d\omega^2=o$ ne passe que par la seconde de ces deux droites; donc les deux surfaces se coupent selon la courbe excubo-quartique, mais non pas selon l'une ou l'autre des deux droites, c'est-à-dire que les deux surfaces cubiques

$$ax^2+(b+c)xy+dy^2=o,$$
$$az^2+(b+c)z\omega+d\omega^2=o,$$

se coupent selon la courbe excubo-quartique, et encore selon une courbe quintique $9-6+2$.

» Les deux surfaces cubiques ont chacune une droite double, elles sont donc des surfaces réglées. La courbe est donc comprise parmi les courbes décrites sur une surface cubique réglée, pour lesquelles M. Chasles a trouvé dernièrement une construction géométrique très-élégante.

» Il est évident qu'au lieu de la fonction linéaire $b+c$, on peut substituer dans les équations une seule fonction linéaire quelconque des coordonnées.

» La courbe a cinq points doubles apparents; elle peut donc ne pas avoir d'autre singularité, ou avoir un point double ou de rebroussement : cela donne les trois sous-espèces

V.7, V.8, V.9

de M. Salmon.

» On démontre sans peine que toute courbe quintique est plane, quadri-cubique, quadri-quartique ou cubi-cubique; mais, pour faire voir qu'il n'existe que les cinq espèces ci-dessus mentionnées, il y a encore plusieurs cas à considérer. Par exemple, pour les courbes cubi-cubiques, on pourrait supposer que les deux surfaces cubiques avaient en commun une courbe quadri-quadrique : si cela était, les équations des deux surfaces seraient de la forme $Vx-Uy=o$, $Vz-U\omega=o$ (surfaces qui ont en commun la courbe quadri-quadrique $U=o$, $V=o$), mais dans ce cas la courbe quintique serait située sur la surface quadrique $x\omega-yz=o$, et l'on ne fait que retrouver l'espèce quadri-cubique $6-1$. J'ai fait, après M. Salmon, cette revue des différents cas, et je me suis assuré qu'il n'y a que les

cinq espèces. Il convient peut-être de remarquer que l'énumération des sous-espèces comprises dans celles-ci n'est pas tout à fait complète, parce que, en certains cas, la courbe peut avoir un point triple ou autre singularité plus élevée que les points doubles ou de rebroussement. Cela ne présente pas de difficulté, et en effet je n'ai parlé des sous-espèces que pour rapprocher les résultats de ceux de M. Salmon.

» La longueur de cette communication m'empêche de faire voir à présent comment les cinq espèces peuvent se déduire de la théorie générale des courbes dans l'espace considérées comme situées sur une surface monoïde. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur l'équation cubique de laquelle dépend la solution d'un problème d'homographie de* M. Chasles; *par* **M. O. Hesse.**

« Problème. On donne dans le même plan deux systèmes de sept points,
» qui se correspondent. Faire passer par chacun de ces systèmes un faisceau
» de sept rayons, de telle sorte que les deux faisceaux soient homogra-
» phiques. »

» Lorsque $a = 0$ et $a_1 = 0$ représentent deux droites, situées dans le même plan, qui se coupent en un point c, on a, en désignant par λ une constante arbitraire,

(1) $$a - \lambda a_1 = 0$$

pour équation de chaque ligne qui passe par le point c. On peut regarder cette équation comme expression analytique du faisceau ayant pour centre le point c, parce qu'on en tire l'équation de chaque rayon, en donnant à λ une valeur convenable.

» De même on a pour équation de chaque ligne qui passe par le point d'intersection C de deux droites $A = 0$ et $A' = 0$:

(2) $$A - \lambda A' = 0.$$

» L'équation (2) est l'expression analytique d'un faisceau ayant pour centre le point C.

» *Les équations* (1) *et* (2) *représentent des faisceaux homographiques quelconques, ayant pour centres les points* c *et* C, *dont les rayons homologues sont définis par le facteur arbitraire* λ, *qui est supposé le même dans les deux équations.*

» En passant nous remarquons que l'équation (2) représente de même chaque ligne droite coupée homographiquement par le faisceau (1), $A = 0$ et $A' = 0$ désignant les équations de deux points quelconques.

» Admettons donc que c et C soient les centres des deux faisceaux cherchés et que les équations (1) et (2) représentent les rayons homologues des deux systèmes. Puis soient x, y, z avec les indices 1, 2,... 7 les coordonnées homogènes des sept points donnés du premier système et de X, Y, Z avec les mêmes indices les coordonnées des points correspondants de l'autre système.

» Alors x signifiant l'un quelconque des sept indices; les deux équations

$$(3) \qquad (a)_x - \lambda_x (a_1)_x = 0, \quad (A)_x - \lambda_x (A')_x = 0$$

donnent les quatorze conditions pour que sept rayons du faisceau c passent par les sept points du premier système et que leurs rayons homologues de l'autre faisceau C passent par les sept points de l'autre système, en supposant que $(a)_x$, $(a_1)_x$, $(A)_x$, $(A')_x$ soient les expressions dans lesquelles a, a_1, A, A', se transforment par changement des coordonnées variables dans les coordonnées (correspondants à l'indice x) des points donnés de l'un et de l'autre système.

» Les quatorze conditions se réduisent par l'élimination de λ_x aux sept suivantes :

$$(4) \qquad \frac{(a)_x}{(a_1)_x} - \frac{(A)_x}{(A')_x} = 0,$$

ce qui donne la solution de notre problème.

» Qu'on détermine les douze constantes contenues dans les quatre expressions a, a_1, A, A', de telle sorte qu'elles remplissent les sept équations (4); on trouvera ensuite par les équations

$$(5) \qquad a = 0, \quad a_1 = 0$$

les coordonnées du centre c et par

$$(6) \qquad A = 0, \quad A' = 0$$

les coordonnées du centre C.

» N'ayant que sept équations pour la détermination de douze constantes, on pourrait conclure qu'il y aurait un nombre indéfini de solutions. Mais, au contraire, le problème est complétement défini, comme M. Chasles le remarque.

» Pour démontrer cela, nous posons :

$$(7) \qquad \begin{cases} a = \alpha_0 x + \beta_0 y + \gamma_0 z, & A = \alpha^0 X + \beta^0 Y + \gamma^0 Z, \\ a_1 = \alpha_1 x + \beta_1 y + \gamma_1 z, & A' = \alpha' X + \beta' Y + \gamma' Z. \end{cases}$$

» Nous pourrons faire évanouir deux des douze constantes, qui se trouvent dans a, a_1, A, A′, par exemple β_0 et γ_1, ce qui signifiera que les deux lignes $a = 0$, $a_1 = 0$, passant par le centre c, que nous pouvons faire tourner autour du centre comme nous voulons, reçoivent des directions fixes.

» Puis, en considérant de quelle manière les constantes se trouvent dans les équations (4), on voit que trois d'entre elles se réduisent encore à l'unité, par exemple $\alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_0 = 1$.

» En effet, il ne reste donc qu'à déterminer sept quantités, dont le nombre est égal au nombre des équations qui résolvent le problème.

» Mais, pour ne pas détruire la symétrie, nous retiendrons dans ce qui va suivre les douze constantes.

» Développons l'équation (4) ainsi :

$$(8) \qquad \left.\begin{aligned} &(a_{00}x_x + a_{01}y_x + a_{02}z_x)\,X_x \\ +&(a_{10}x_x + a_{11}y_x + a_{12}z_x)\,Y_x \\ +&(a_{20}x_x + a_{21}y_x + a_{22}z_x)\,Z_x \end{aligned}\right\} = 0.$$

En posant :

$$(9) \qquad \begin{cases} a_{00} = \alpha_0\alpha' - \alpha_1\alpha^0, & a_{01} = \beta_0\alpha' - \beta_1\alpha^0, & a_{02} = \gamma_0\alpha' - \gamma_1\alpha^0, \\ a_{10} = \alpha_0\beta' - \alpha_1\beta^0, & a_{11} = \beta_0\beta' - \beta_1\beta^0, & a_{12} = \gamma_0\beta' - \gamma_1\beta^0, \\ a_{20} = \alpha_0\gamma' - \alpha_1\gamma_0, & a_{21} = \beta_0\gamma' - \beta_1\gamma^0, & a_{22} = \gamma_0\gamma' - \gamma_1\gamma^0, \end{cases}$$

ces neuf quantités, qui ne sont pas indépendantes entre elles, remplissent la condition connue de la théorie des déterminants :

$$(10) \qquad \begin{vmatrix} a_{00}, & a_{01}, & a_{02} \\ a_{10}, & a_{11}, & a_{12} \\ a_{20}, & a_{21}, & a_{22} \end{vmatrix} = 0.$$

» Mais comme on ne trouve dans les équations (8) et (10) que les rapports des neuf constantes a, ces équations donnent la solution complète du problème de la manière suivante. Soient m et n deux quelconques des constantes a. Les sept autres se laissent exprimer par les sept équations linéaires (8) sous la forme

$$(11) \qquad a_{\mu\nu} = b_{\mu\nu}m + c_{\mu\nu}n,$$

$b_{\mu\nu}$ et $c_{\mu\nu}$ représentant des fonctions définies des coordonnées des quatorze points. Substituons ces valeurs (11) dans l'équation (10). Nous obtiendrons

l'équation cubique cherchée pour $\frac{m}{n}$:

$$(12)\qquad \begin{vmatrix} b_{00}m + c_{00}n, & b_{01}m + c_{01}n, & b_{02}m + c_{02}n \\ b_{10}m + c_{10}n, & b_{11}m + c_{11}n, & b_{12}m + c_{12}n \\ b_{20}m + c_{20}n, & b_{21}m + c_{21}n, & b_{22}m + c_{22}n \end{vmatrix} = 0.$$

» Après avoir résolu cette équation, et posé $n = 1$, les équations (11) donneront les valeurs des quantités a.

» Pour trouver les coordonnées du centre c; x, y, z, nous nous rappelons que $a = 0$ et $a_1 = 0$ sont les équations de deux droites qui se coupent à ce centre. Désignons par X, Y, Z des quantités quelconques, l'équation $aA' - a_1 A = 0$, ou en développant :

$$(13)\qquad \left.\begin{aligned} &(a_{00}x + a_{01}y + a_{02}z)X \\ +&(a_{10}x + a_{11}y + a_{12}z)Y \\ +&(a_{20}x + a_{21}y + a_{22}z)Z \end{aligned}\right\} = 0$$

représente un système de lignes droites qui se coupent au centre c. On obtient donc les coordonnées du centre c de deux quelconques des équations :

$$(14)\qquad \left\{\begin{aligned} a_{00}x + a_{01}y + a_{02}z = 0, \\ a_{10}x + a_{11}y + a_{12}z = 0, \\ a_{20}x + a_{21}y + a_{22}z = 0. \end{aligned}\right.$$

» Mais comme les coefficients de ces équations dépendent de l'équation cubique (12), on a trois solutions du problème.

» Si l'on avait, au lieu de sept points dans chaque système, huit points, le problème n'aurait, en général, pas de solution. Mais on peut demander quelle position devra avoir le huitième point o du premier système, quand son correspondant O est donné. Cette question est résolue par l'équation (13) lorsque x, y, z sont les coordonnées de o, et X, Y, Z les coordonnées de O. Elle montre que le point o peut être choisi où l'on veut sur une ligne passant par le centre c.

» Mais l'équation (13) représente trois droites diverses, parce qu'il y a trois centres c. C'est sur ces trois lignes qu'on peut choisir le point o.

» On trouve l'équation de ces trois droites sous la forme d'un produit de trois facteurs linéaires en cherchant par les sept équations (8) et de l'équation (13) les rapports des neuf coefficients a sous forme linéaire et en les substituant dans l'équation (10).

» L'équation (10) ainsi préparée représente avec les constantes arbitraires X, Y, Z des courbes du troisième ordre passant par les trois centres *c*. C'est de telles sortes de courbes du troisième ordre qu'on a déduit jusqu'ici la solution du problème de M. Chasles, en fixant les six points d'intersection (entre les neuf) de deux de ces courbes, qui ne sont pas les trois centres cherchés. »

PHYSIQUE. — *Sur la porosité des tubes de porcelaine; par* **MM. Résal** *et* **Minary**. *Extrait d'une Lettre à* M. H. Sainte-Claire Deville.

« Nous avons pensé, M. Minary et moi, qu'il ne serait pas sans intérêt de vous signaler un fait qui se rattache à vos expériences sur l'endosmose des gaz, et dont nous avons été témoins au laboratoire de Casamène (banlieue de Besançon), appartenant à la Compagnie des Forges de Franche-Comté.

» En esssayant d'obtenir, pour nos recherches sur la composition des fontes, du charbon aussi pur que possible, nous avons introduit dans un tube en porcelaine vernissé à l'intérieur, de manière à le remplir complétement, du charbon de sucre en vue de le recalciner à une haute température, au blanc brillant; nous avons observé un dégagement continu d'oxyde de carbone et d'azote pendant toute la durée de l'opération, que nous avons dû limiter à sept heures, quoique, après cette période, le dégagement n'ait pas perdu de son énergie. Après avoir cassé le tube, nous avons remarqué que l'émail intérieur s'était soulevé de manière à former de petites boucles qui accusent très-nettement l'introduction dans l'intérieur des gaz du foyer, et cependant la contre-pression vaincue n'était pas inférieure à $0^{m},40$ de hauteur d'eau. Nous avons l'honneur de vous adresser un fragment de ce tube pour que vous puissiez constater par vos yeux le fait dont il est question.

» Il est bon d'ajouter qu'en calcinant du charbon de même nature dans un tube en fer placé dans un tube en terre pour éviter l'action oxydante de la flamme, le dégagement de gaz ne s'est manifesté que pendant une période relativement très-courte. »

« **M. H. Sainte-Claire Deville** fait remarquer à propos de ces expériences qu'il est très-sage de se mettre à l'abri des inconvénients que peut offrir la porosité des tubes et vases de porcelaine fortement chauffés, en les faisant enduire à l'*extérieur* d'une couche de vernis feldspathique. C'est la précaution qu'il a prise dans son travail (avec M. Troost) sur les densités de vapeur des

matières réfractaires, où des ballons de porcelaine ainsi protégés ont été chauffés impunément jusqu'à 1440° pour la détermination de la densité de vapeur du tellure, qui à cette température représente, comme le soufre et le sélénium, un volume de vapeur. »

GÉOLOGIE. — *Note sur la découverte de l'étage aptien aux environs d'Orthez,* *par* **M. A. Leymerie.**

« M. Dufrénoy, dans son Mémoire fondamental sur le terrain crétacé du midi de la France, a mis en regard, dans une coupe théorique, les étages de l'Aunis et de la Saintonge avec ceux de l'extrémité occidentale des Pyrénées. Ce parallèle a été confirmé par la découverte que j'ai faite, il y a quelques années, au sud de Sare (arrondissement de Bayonne), d'une crête composée d'un calcaire grisâtre reposant sur le grès rouge, où se trouvent empâtés de nombreux individus de *Caprina adversa* et de *Spherulites foliacea,* rudistes essentiellement caractéristiques de l'étage cénomanien qui, dans les environs de la Rochelle et d'Angoulême, constitue la partie la plus inférieure de la formation crétacée.

» D'un autre côté, j'avais trouvé *Terebratula Menardi, Ostrea carinata,* etc., dans les calcaires de Sainte-Suzanne, près d'Orthez, décrits par M. Dufrénoy, qui y avait déjà signalé des Dicérates (*Caprotina Lonsdalii*) et de petits Polypiers coniques (*Orbitolites*), fossiles indiquant le même horizon (cénomanien ou grès vert supérieur), avec un autre faciès.

» Ces calcaires d'Orthez, qui se trouvent relevés exceptionnellement à la base de notre chaîne, s'enfoncent profondément dans la craie proprement dite, si développée dans ce pays, où elle est représentée par des calcaires crayeux à *Ananchytes ovata* et à *Inoceramus cripsii,* par des schistes arénacés en décomposition et par des calcaires fissiles à fucoïdes (1), et j'étais porté à penser que le terrain crétacé des Pyrénées occidentales, malgré son facies tout spécial, correspondait synchroniquement, dans son ensemble, à celui qui, dans l'ouest de la France, forme une bordure au pied du plateau central ; mais une découverte que je viens de faire aux environs d'Orthez m'oblige à ajouter au-dessous du calcaire cénomanien un étage plus ancien qui n'existe pas en Saintonge, et qui est, au contraire, assez développé vers l'extrémité orientale de la chaîne à l'endroit où elle se soude

(1) Je fais abstraction ici du calcaire à Hippurites des hauteurs, qui doit être regardé, au point de vue géologique, comme appartenant au versant espagnol.

aux Corbières. Je veux parler de l'étage *aptien* (1), que le soulèvement local déjà signalé est venu porter au jour à Sainte-Suzanne, où je l'ai observé sous le calcaire à Caprotines relevé de part et d'autre.

» Ce nouvel étage, qui vient reporter, pour ainsi dire, la ressemblance du côté de l'extrémité orientale des Pyrénées, est représenté à Sainte-Suzanne par des argiles et des marnes riches en *Exogyra sinuata*, espèce dont j'ai eu souvent occasion de constater la constance à ce niveau.

» J'ai trouvé aussi dans ces argiles deux espèces de *Trigonies*, deux espèces d'*Arches*, un fragment d'Ammonite, une petite Turbinolie et des Oursins mal conservés de la taille et de la forme du *Toxaster* ou *Echinospatagus Collegnii*.

» Il est bien probable que ces argiles à *Exogyra sinuata* constituent la base du terrain crétacé dans les Pyrénées occidentales. Elles sont peu développées et surtout peu apparentes dans cette partie de la chaîne; mais l'étage qu'elles représentent prendrait un peu plus d'importance géographique si on lui rapportait une puissante assise de schistes noirs argileux avec concrétions de sidérose impure, qui se montre dans les arrondissements d'Oloron et de Mauléon, au pied des escarpements du calcaire à Dicérates jurassiques, d'où elle s'étend plus ou moins au nord, principalement dans la vallée de Soule, pour aller s'enfoncer sous les calcaires à fucoïdes rubanés (craie) d'Oloron et de Mauléon.

» Je suis porté à croire que les étages crétacés que je viens de signaler dans la partie occidentale des Pyrénées passent sous les terrains plus modernes des Landes pour aller y faire saillie ou s'y terminer en quelques points sur la détermination desquels il restait encore des doutes.

» Ainsi je verrais volontiers dans le calcaire noirâtre de Saint-Lon, où l'on a exploité pendant quelque temps du lignite bitumineux, un représentant du calcaire cénomanien de Sainte-Suzanne qui offre de nombreuses veines du même combustible pour lequel ont eu lieu, à diverses époques, quelques tentatives d'extraction.

---

(1) Puisque l'occasion s'en présente, qu'on me permette de rappeler ici que j'ai le premier indiqué ce type comme formant un horizon spécial à la base du gault (*Statistique géologique de l'Aube*). Je n'ai pas, il est vrai, cru nécessaire de lui donner un nom particulier; car je ne prévoyais pas alors toute l'importance qu'il devait prendre; je me suis contenté de le désigner ainsi : *argiles à Exogyra sinuata;* mais j'ai signalé sa faune toute spéciale, et j'ai fait connaître les principaux fossiles qui la composent, comme *Exogyra sinuata, Plicatula placunæa, Terebratula sella*. M. d'Orbigny a eu le mérite de généraliser ce type et de le faire entrer dans la science sous le nom d'*aptien*.

» D'un autre côté, le gîte fossilifère de Vinport, découvert par M. Dumortier sur les bords de l'Adour, que ce géologue compare avec juste raison aux couches aptiennes de la Clape et de Saint-Paul-de-Fenouillet, n'est sans doute qu'un prolongement des argiles à *Exogyra sinuata* de Sainte-Suzanne.

» Enfin il serait assez naturel de voir dans les calcaires relevés de Tercis, flanqués de couches riches en Ananchytes et autres Oursins de la craie, l'extrémité d'un banc calcaire de couleur blanche, qui est exploité dans tout le Béarn comme pierre de taille, ainsi que M. Dufrénoy l'a dit dans le Mémoire déjà cité, et dont la constance et la continuité au milieu du système schisteux crétacé (craie), généralement peu consistant de cette partie des Pyrénées, n'avait pas échappé à la sagacité de Palassou.

» Les étages aptien et cénomanien, pour lesquels seuls nous devons employer la teinte verte sur la carte géologique des Pyrénées, ne forment, en dehors de l'îlôt d'Orthez, qu'une bordure relativement au terrain crétacé supérieur ou craie qui occupe un large espace à la base de cette chaîne. Dans les Pyrénées centrales, cette bordure disparaît ou au moins s'amincit beaucoup; mais dans les Corbières ces étages inférieurs prennent un beaucoup plus grand développement. M. le vicomte d'Archiac, qui les a décrits dans un remarquable Mémoire, a émis à cet égard une opinion que nous ne partageons pas entièrement, et peut-être les faits que nous venons de signaler dans les Pyrénées occidentales pourront-ils porter quelque lumière sur cette importante question.

» Il me paraît probable d'abord que les schistes noirs à *Exogyra sinuata, Terebratula sella, Toxaster Collegnii*, que j'ai moi-même étudiés à Quillan et à Saint-Paul, doivent être regardés comme *aptiens* (1), et alors ne serait-il pas naturel de rapporter au calcaire cénomanien d'Orthez les calcaires compactes extérieurs des Corbières, que M. d'Archiac appelle *calcaires à dicérates?* »

---

(1) Il est vrai que M. d'Archiac a cité avec les fossiles aptiens un certain nombre d'espèces néocomiennes. Jusqu'à quel point ce mélange existe-t-il? Ces espèces ne pourraient-elles pas indiquer une assise à part, auquel cas on serait autorisé à admettre dans les Corbières le néocomien proprement dit, qui fait défaut complétement dans tout le reste de la chaîne?

MINÉRALOGIE. — *Note sur la rastolite de Monroe, comté d'Orange (New-York); par* **M. F. Pisani.**

« M. le professeur Shepard de New-Haven (Connecticut) a envoyé en Europe, sous le nom de *rastolite*, une substance ayant les caractères extérieurs du mica, et qui se trouve dans un quartzite associée avec de la pyrite. Cette dernière se trouve le plus souvent mêlée intimement en quantité plus ou moins considérable à la rastolite et même quelquefois on en voit distinctement des croûtes entre les feuillets. La rastolite se présente sous forme de lames empilées ayant souvent plus de 2 centimètres de diamètre, difficiles à séparer et flexibles sans élasticité. On n'aperçoit pas de forme qui puisse indiquer le système auquel elle appartient, et comme elle est entièrement opaque, M. Des Cloizeaux, qui a voulu en examiner les caractères optiques, n'en a pu rien conclure. Sa couleur est d'un gris légèrement bronzé et son éclat faiblement nacré; sa surface est souvent ondulée. Elle est attaquée en grande partie par l'acide chlorhydrique, mais jamais d'une manière complète, même si l'on emploie l'eau régale, de sorte qu'on ne peut l'analyser de cette manière. Elle donne de l'eau dans le tube et fond au chalumeau avec bouillonnement en une scorie noire.

» Comme il m'a été impossible de trouver des parties exemptes de pyrite, j'ai dû choisir les lames qui en contenaient le moins d'une manière visible, et j'y ai dosé le soufre sur une portion, après avoir attaqué la matière par l'eau régale. D'après la quantité de soufre, j'ai calculé la pyrite correspondante que j'ai retranchée du total de l'analyse. Dans l'échantillon que j'ai employé cette quantité de pyrite était de 3,2 pour 100.

» Une autre portion de la matière a été attaquée à la chaux pour l'analyse du silicate. Quant à la quantité d'eau, je l'ai calculée, déduction faite du soufre dégagé en vase clos, par les 3,2 pour 100 de pyrite.

» Voici quels sont les résultats de mon analyse :

		Oxygène.		Rapport.
Silice	34,98	18,65		6
Alumine	21,88	10,19		3
Protoxyde de fer	28,44	6,31	8,8	3
Magnésie	6,24	2,49		
Eau	9,22	8,19		3
	100,76			

(1) Imprimée sur la demande de M. H. Sainte-Claire Deville à qui, dans la précédente séance, cette Note avait été renvoyée.

Elle correspond à la formule

$$\dddot{\mathrm{Al}}\,\dddot{\mathrm{Si}} + (\mathrm{Fe}\,\dot{\mathrm{Mg}})^3\,\dddot{\mathrm{Si}} + 3\,\mathrm{Aq}.$$

» Comme on le voit, d'après cette analyse, on ne peut guère admettre que la rastolite soit un mica, mais bien une chlorite ferrugineuse analogue à la Delessite ou bien une ripidolite. En effet, la substance que j'ai analysée contient 9,2 pour 100 d'eau, tandis que les micas en contiennent bien moins ou n'en contiennent pas; ensuite, il n'y a ici ni potasse, ni soude, ni lithine (ce que j'ai contrôlé au spectroscope); enfin, le manque d'élasticité des feuillets, ainsi que le gisement dans une matière de filon, tout s'accorde à faire regarder la rastolite comme une véritable chlorite et non comme un mica.

» Je me suis assuré que tout le fer est au minimum, de sorte que, comme la Delessite en contient une partie au maximum, il faudrait plutôt ranger la rastolite avec la ripidolite. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Aluminate de baryte soluble et sels d'alumine purs pour l'industrie*; par M. **Gaudin**.

« Quand j'ai commencé mes recherches, je croyais, avec tous les chimistes, que l'aluminate de baryte était insoluble comme les aluminates de chaux, de magnésie ou de zinc. Les circonstances qui m'ont amené à éclaircir ce point ignoré de la science, sont assez intéressantes pour que je les fasse connaître.

» Un industriel, étranger aux plus simples notions de la chimie, avait une idée fixe qui était de transformer le chlorure de baryum en baryte, par l'action seule de la vapeur d'eau : je fus chargé par lui de tenter cette expérience. Je lui objectai de suite que cela me paraissait d'autant plus difficile que, le chlorure de baryum étant fusible au rouge, il faudrait faire barbotter la vapeur à travers un liquide ; néanmoins je commandai des siphons en terre, espérant bien, en les attendant, trouver une solution, en faisant des études sur le chlorure de baryum mélangé à une matière infusible, lui servant de support et pouvant jouer le rôle d'un acide énergique, susceptible de déplacer l'acide chlorhydrique.

» Je n'hésitai pas dans mon choix : j'employai dès le début l'alumine calcinée qui, dans cette circonstance, était pour moi de l'acide aluminique, et je m'attendais à produire un aluminate de baryte insoluble, susceptible d'être décomposé ultérieurement par une ébullition prolongée en hydrates d'alumine et de baryte.

» La vapeur d'eau, passant à travers un mélange granuleux d'alumine et de chlorure de baryum chauffé au rouge vif, produisit en effet un dégagement abondant d'acide chlorhydrique et la fritte traitée à l'eau bouillante donna après filtration une liqueur incolore et limpide très-alcaline, précipitant abondamment avec l'acide sulfurique et les sulfates. Je crus donc avoir ainsi obtenu la baryte demandée; mais, à mon grand étonnement, la liqueur donnait aussi un précipité abondant avec les acides azotique et chlorhydrique affaiblis.

» Dès lors je fus fixé : la liqueur tenait en solution de l'aluminate de baryte et cet aluminate devait désormais être classé avec ceux de soude et de potasse, quoique possédant une solubilité moindre, comme la baryte elle-même quand on la compare sous ce rapport avec la soude et la potasse. En effet, les aluminates de soude et de potasse étendus d'eau ne produisent aucun précipité avec les sels de baryte soluble. L'aluminate de chaux, au contraire, est tellement insoluble, que l'eau de chaux, versée dans une solution d'aluminate de baryte, y détermine, au bout de quelques secondes, un précipité chatoyant d'aluminate de chaux; de sorte qu'en ajoutant à la fritte un lait de chaux en excès, avant de la faire bouillir, la liqueur filtrée est une solution d'hydrate de baryte parfaitement exempte d'alumine.

» L'emploi du *chlorure de baryum* étant trop coûteux, j'arrivai à la suite d'essais successifs à y substituer le *sulfate de baryte*, un mélange de sulfate de baryte, d'alumine ferrugineuse de Provence et de charbon, ayant subi l'action de la vapeur d'eau en excès; la fritte traitée par l'eau bouillante produisit également une solution limpide et incolore ne donnant ni indice de fer au sulfocyanure de potassium, ni indice de sulfure de baryum à l'acétate de plomb : c'était comme précédemment de l'aluminate de baryte soluble.

» En opérant ainsi, l'acide sulfurique du sulfate de baryte attaqué est entraîné avec la vapeur à l'état de sulfure de carbone, de soufre, d'acide sulfureux et de gaz hydrogène sulfuré; il se dépose souvent dans le récipient du soufre cristallisé et on obtient une forte quantité d'une eau laiteuse, un vrai lait de soufre qui filtre parfaitement, sans changer d'aspect, à travers le papier.

» Ce lait de soufre, qui est complétement exempt d'alcali, pourra peut-être un jour être employé, sinon en agriculture, en place de fleur de soufre, à cause de la difficulté du transport, du moins en médecine, constituant du soufre à l'état naissant qui doit posséder une grande énergie d'action.

» Il est à peu près impossible d'obtenir des sels d'alumine purs, à base d'acides minéraux, parce que l'hydrate d'alumine étant précipité de l'alun,

exempt de fer, cette alumine emprisonne nécessairement une portion du liquide salin dans lequel se fait le précipité; elle forme de petites pelottes du sein desquelles aucun lavage ne peut éliminer le liquide salin emprisonné. Avec l'aluminate de baryte soluble, c'est tout autre chose : en y ajoutant juste la quantité d'acide sulfurique nécessaire pour précipiter la baryte à l'état de sulfate, toute l'alumine se précipite en même temps : puis en ajoutant en excès soit le même acide sulfurique, soit de l'acide azotique, soit de l'acide chlorhydrique, soit de l'acide acétique, le sulfate de baryte reste sur le filtre, tandis que les sels d'alumine purs passent à travers le filtre à l'état de solution limpide, qui, par une évaporation convenable, donne des sels alumineux exempts de tous corps étrangers. »

THÉRAPEUTIQUE. — *Traitement des plaies rebelles exposées, par l'acide carbonique et l'oxygène; par* MM. **Demarquay** *et* **Ch. Leconte.**

« Nous avons eu, il y a deux ans, l'honneur d'adresser à l'Académie des Sciences un Mémoire sur les modifications que l'air, l'oxygène, l'azote, l'hydrogène et l'acide carbonique faisaient subir à la cicatrisation des plaies sous-cutanées, lorsque ces plaies sont mises en contact avec ces gaz. Parmi ces modifications, dont nous publierons bientôt les détails avec tout le développement que comporte le sujet, il en est une qui, dès le début de nos recherches, nous a vivement frappés : c'est l'influence cicatrisante que l'acide carbonique exerce sur l'organisation des tendons de formation nouvelle. Ces observations nous conduisirent naturellement à étudier, d'après le programme développé dans notre premier Mémoire, l'action de l'acide carbonique dans le traitement des plaies rebelles.

» Pour arriver à ce résultat, nous avons fait fabriquer par M. Galante des appareils en caoutchouc dans lesquels on place la partie malade, puis avec un appareil gazogène spécial et très-simple on fait arriver l'acide carbonique dans le manchon de caoutchouc; tantôt on se contente d'une application dans les vingt-quatre heures, tantôt le gaz est renouvelé toutes les six ou huit heures, suivant les indications à remplir.

» Nos appareils sont d'une application tellement facile, que ce nouveau mode de traitement des plaies par l'acide carbonique peut être confié à toute personne intelligente. Lorsque le manchon qui doit contenir l'acide carbonique est appliqué, une large bandelette de diachylon est placée sur le bord du manchon, afin de prévenir la sortie du gaz. Il importe que la compression ne soit pas assez forte pour gêner la circulation du membre. Il

faut donc avoir des appareils proportionnés au volume des parties sur lesquelles on fait les applications. Le membre malade étant placé dans un de nos appareils en caoutchouc rempli d'acide carbonique, voici les phénomènes physiologiques que l'on observe :

» 1° Le malade accuse une sensation de chaleur et de picotement dans toute l'étendue du membre soumis à l'action du gaz, et surtout à la plaie; de plus on observe une légère injection de la peau.

» 2° Après quelque temps d'application de l'appareil, on y trouve une quantité plus ou moins grande de liquide fournie par l'exhalation de la plaie et la transpiration sensible et insensible du membre. Cette circonstance oblige à laver un peu l'appareil avec une petite éponge, toutes les douze ou vingt-quatre heures, suivant l'étendue de la plaie, si l'application doit être continue.

» L'excitation que produit l'acide carbonique sur les plaies indique que cet agent ne doit être appliqué qu'aux plaies anciennes atoniques, rebelles, et non pas aux plaies récentes, pour la cicatrisation desquelles la nature fait tous les frais. Toutefois l'excitation produite par l'acide carbonique est bien plus faible que celle de l'oxygène, dont l'application dans certains cas spéciaux doit précéder celle du premier gaz. Sous l'influence de l'acide carbonique les plaies se détergent et prennent une teinte rosée, leurs bords s'affaissent, et dans un temps très-court une pellicule cicatricielle se forme sur le pourtour de la plaie, en même temps qu'apparaissent sur divers points de la surface des îlots de cicatrisation qui, marchant du centre à la périphérie, viennent s'unir avec les bords. Nous avons constaté bien souvent ces phénomènes, sur lesquels nous appelons l'attention de l'Académie.

» Ainsi, il résulte des faits que nous avons communiqués, il y a deux ans, à l'Académie et de ceux que nous faisons connaître aujourd'hui, ce fait incontestable : que l'acide carbonique, non-seulement favorise l'organisation des plaies sous-cutanées, mais de plus que c'est le plus puissant agent de cicatrisation des plaies exposées au contact de l'air, lorsque ces plaies, par suite d'un vice local ou général, sont rebelles à tous les moyens ordinaires de traitement. D'ailleurs les faits que nous avons recueillis depuis plusieurs années seront publiés prochainement et compléteront cette série de recherches que nous avons entreprises sur les gaz. »

M. Guillet adresse la description d'un *pluvioscope écrivant*.

Comme les météorologistes connaissent déjà plusieurs appareils imaginés dans le même but, celui-ci ne pourrait devenir l'objet d'un Rapport que

s'il présentait quelque chose de bien réellement nouveau; en conséquence, M. Morin est invité à prendre connaissance de la Note de M. Guillet et à faire savoir s'il y a lieu de la renvoyer à une Commission.

M. Lanoa demande l'autorisation de reprendre un instrument de géodésie qu'il a présenté à la séance du 24 février dernier, désirant que cet instrument, qu'il désigne sous le nom de *diastasimètre*, puisse figurer à l'Exposition de l'industrie à Londres.

La description de l'instrument devant seule servir de base pour le Rapport de la Commission, rien ne s'oppose à ce que l'inventeur puisse reprendre l'instrument même, sauf à le représenter plus tard, si la Commission chargée de l'examen y voit quelque utilité.

M. Liandier adresse une nouvelle Note « sur la cause de la scintillation des étoiles. »

Cette Note est renvoyée, comme l'avait été celle que l'auteur présentait le 1er juillet 1861, à l'examen de M. Babinet.

M. Montel prie l'Académie de vouloir bien hâter le travail de la Commission à laquelle ont été renvoyées deux Notes qu'il a présentées le 11 novembre 1861 et le 13 janvier 1862 sur des moyens propres à prévenir les accidents les plus communs sur les chemins de fer.

(Renvoi aux Commissaires désignés.)

La séance est levée à 5 heures et trois quarts. F.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu dans la séance du 24 mars 1862 les ouvrages dont voici les titres :

Annales de l'Observatoire impérial de Paris; par U.-J. Le Verrier, directeur de l'Observatoire. *Observations;* t. XVI, 1860. Paris, 1862; in-4°.

Atlas écliptique; observations faites à l'Observatoire impérial de Paris; par M. Chacornac. Cartes in-fol.; nos 5, 6, 41, 49, 52, 62.

Bulletin de la Société de Chirurgie de Paris pendant l'année 1861; 2e série, t. II. Paris, 1862; in-8°.

Mémoires de la Société impériale des Sciences naturelles de Cherbourg; publiés sous la direction du Dr Aug. LE JOLIS, archiviste perpétuel de la Société; t. VIII. Paris et Cherbourg, 1861; in-8°.

Nouvelle doctrine syphilographique. Du chancre produit par la contagion des accidents secondaires de la syphilis; par M. Edm. LANGLEBERT. Paris, 1861; in-8°. (Destiné au concours pour les prix de Médecine et de Chirurgie.)

Recherches sur l'organisation du système vasculaire dans la sangsue médicinale et l'aulastome vorace; par M. P. GRATIOLET. Paris, 1862; in-4°.

Mémoire sur le dosage de l'opium et sur la quantité de morphine que l'opium doit contenir. Observations sur le laudanum liquide de Sydenham; par M. GUIBOURT. Paris, 1862; in-8°.

Notice sur les travaux scientifiques de M. Anatole DE CALIGNY. Versailles, 1862; in-4°.

Mémoire sur le terrain tertiaire post-pyrénéen du département des Hautes-Pyrénées; par M. A. LEYMERIE. (Extrait des *Actes de la Société Linnéenne de Bordeaux*, t. XXIV, 1re livr.) Bordeaux, 1861; br. in-8°.

Notice géologique sur Amélie-les-Bains (vallée du Tech, Pyrénées-Orientales); par le même. (Extrait du même Recueil, t. XIII, 6e liv.) Bordeaux, 1861; br. in-8°.

Considérations sur le rôle des infusoires et des matières albuminoïdes dans la fermentation, la germination et la fécondation; par M. le Dr J. LEMAIRE. Caen, 1862; br. in-8°.

Recherches sur les causes des maladies actuelles du ver à soie; par M. L. DE-BOUTTEVILLE, suivies d'un *Abrégé des conseils de M. de Quatrefages pour les petites éducations destinées au grainage;* 2e édition. Grenoble, 1862; br. in-8°.

Les principales maladies des vers à soie et leur guérison; par M. Aug. CHAVANNES. Genève et Paris, 1862; in-8°.

Études sur la parole et ses défauts, et en particulier du bégayement; par le Dr VIOLETTE. Paris, 1862; in-8°.

ERRATA.

(Séance du 10 mars 1862.)

Page 564, ligne 22, *au lieu de* PALLACCI, *lisez* POLLACCI.